확인학습문제 2

1. 우리 동네는 아침에 분리수거차와 청소차가 각각 10 일, 6 일마다 온다. 오늘 동시에 분리수거차와 청소차가 왔을 때, 다음에 처음으로 동시에 오는 날은 며칠 후인지 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 30 일 후

해설

10과 6의 최소공배수는 30이므로 30일 후에 분리수거차와 청소차가 동시에 온다.

2. 두 자리 자연수 중에서 $3, 4, 5, 6$ 의 어느 수로 나누어도 나머지가 항상 2 인 가장 작은 수를 7 로 나눌 때의 나머지는? [배점 2, 하중]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

구하는 수를 x 이라 하면 $x-2$ 는 $3, 4, 5, 6$ 의 공배수이다. $3, 4, 5, 6$ 의 최소공배수는 60 이므로 $x-2=60$ 이다. 따라서 $x=62$ 이다. 62 를 7 로 나누면 나머지는 6 이다.

3. 자연수 N 을 $3, 4, 5, 6$ 으로 각각 나누면 나머지가 모두 1 이다. 이를 만족하는 자연수 N 중에서 100 에 가장 가까운 수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 121

해설

구하는 수를 N 이라 하면 $N-1$ 은 $3, 4, 5, 6$ 의 공배수이다. $3, 4, 5, 6$ 의 최소공배수는 60 이므로 60 의 배수 중 100 에 가장 가까운 수는 120 이다.
이때 $N-1=120$ 이다.
따라서 $N=121$ 이다.

4. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는 $12+1=13$

5. 공책 36 권, 볼펜 108 개, 지우 개54 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 나누어 주는 지우 개의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 3 개

해설

학생 수는 36, 108, 54 의 최대공약수 18 명이고,
나누어 주는 지우 개의 개수는
$54 \div 18 = 3$ (개)

6. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

[배점 3, 하상]

① 60 ② 61 ③ 120

④ 181 ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.
4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.
$\therefore\ 120 + 1 = 121$

7. 어떤 수로 33 을 나누면 나누어 떨어지고, 25 를 나누면 3이 남고, 51 을 나누면 4 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는? [배점 3, 하상]

① 3 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

어떤 수는 33 , $25 - 3 = 22$, $51 + 4 = 55$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 11 이다.

8. 공책 27 권, 지우개 38 개, 연필 64 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권 남고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 남았다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 12 명

해설

학생 수는 $27 - 3 = 24$, $38 - 2 = 36$, $64 - 4 = 60$ 의 최대공약수이므로
$24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 에서
최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
$\therefore$ 12 명

9. 두 분수 $\frac{1}{12}, \frac{1}{18}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

구하는 수는 12 와 18 의 최소공배수이므로 36 이다.

10. 가로의 길이가 4cm , 세로의 길이가 6cm , 높이가3cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 직육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는? [배점 3, 하상]

① 14 개 ② 16 개 ③ 20 개

④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3 의 최소공배수 12cm 이다.

필요한 벽돌의 수는 $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24$(개) 이다.

11. 가로와 세로의 길이가 각각 $10cm, 12cm$ 이고, 높이가 $6cm$ 인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개있다. 이것을 일정한 방향을 향하도록 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 만들어지는 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 $10, 12, 6$ 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 $10, 12, 6$ 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 $60cm$ 이다.

$$\begin{array}{r|lll} 2) & 10 & 12 & 6 \\ 3) & 5 & 6 & 3 \\ & 5 & 2 & 1 \end{array}$$

12. 가로의 길이가 $5cm$, 세로의 길이가 $8cm$, 높이가 $12cm$ 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 120 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 $5, 8, 12$ 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 $5, 8, 12$ 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 $120cm$ 이다.

$$\begin{array}{r|lll} 4) & 5 & 8 & 12 \\ & 5 & 2 & 3 \end{array}$$

13. 석진이의 방은 가로가 300cm , 세로가 420cm 이고, 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 액자를 빈틈없이 띠처럼 둘러 걸어 놓으려고 한다. 가능한 한 큰 액자를 걸려고 할 때, 액자의 한 변의 길이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60 cm

해설

걸어 놓으려고 하는 액자의 한 변의 길이는 300 과 420 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 액자를 걸려고 했으므로 한 변의 길이는 300 과 420 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 300\ 420 \\ \hline 2 & 150\ 210 \\ \hline 3 & 75\ 105 \\ \hline 5 & 25\ 35 \\ \hline & 5\ 7 \end{array}$$

$\therefore 2\times 2\times 3\times 5=60(\text{cm})$

14. 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 330cm, 270cm 인 욕실에 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 두르려고 한다. 되도록 큰 타일을 붙이려고 할 때, 타일의 한 변의 길이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30 cm

해설

붙이려고 하는 타일의 한 변의 길이는 330 과 270 의 공약수이다.

그런데 되도록 큰 타일을 붙이려고 했으므로 한 변의 길이는 330 과 270 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 330\ 270 \\ \hline 3 & 165\ 135 \\ \hline 5 & 55\ 45 \\ \hline & 11\ 9 \end{array}$$

$\therefore 2\times 3\times 5=30(\text{cm})$

15. 어느 학원에서 수강생들에게 쿠키 108 개, 빵 72 개, 우유 36 개를 똑같이 나누어 주었다.
수강생이 15 명 이상 25 명 이하일 때, 이 학원의 수강생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 수강생 수는 108 과 72 와 36 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 9) & 108 & 72 & 36 \\ \hline 4) & 12 & 8 & 4 \\ \hline & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

최대공약수 : $9 \times 4 = 36$ (명)
공약수 : $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$ (명)
공약수 중에서 15 명 이상 25 명 이하인 것은 18 명이다.

16. 교내 수학왕 대회에서 상품으로 받은 연필 32 자루, 노트 48 권, 지우개 96 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 명

해설

똑같이 나누어 주려면 학생 수는 $32, 48, 96$ 의 공약수이어야 하고, 최대한 많은 학생들에게 나누어 주려고 하므로 32 와 48 과 96 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r|rrr} 4) & 32 & 48 & 96 \\ \hline 4) & 8 & 12 & 24 \\ \hline & 2 & 3 & 6 \end{array}$$

$\therefore 4 \times 4 = 16$(명)

17. 두 분수 $\frac{15}{16}$, $\frac{5}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$

해설

$$\frac{(16,\ 12\text{의 최소공배수})}{(15,\ 5\text{의 최대공약수})} = \frac{48}{5}$$

18. 달리기 대회에서 기념품으로 수건 120 개, 스카프 144 개, 모자 156 개를 되도록 많은 참가자들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 이 때, 한 명이 받게 되는 수건과 스카프, 모자의 개수로 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① 5 개 6 개 9 개 ② 6 개 12 개 18 개

③ 18 개 12 개 10 개 ④ 12 개 12 개 12 개

⑤ 10 개 12 개 13 개

해설

참가자들의 수는
120, 144, 156 의 최대공약수이므로 12
한 명이 받게 되는 수건, 스카프, 모자의 수는 각각
$120 \div 12 = 10$, $144 \div 12 = 12$, $156 \div 12 = 13$

19. 6 으로 나누면 5 가 남고, 8 로 나누면 7 이 남고, 9 로 나누면 8 이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

① 901 ② 941 ③ 959

④ 935 ⑤ 999

해설

구하는 수를 n 이라 하면
n = (6, 8, 9 의 공배수)−1 인 수이다.
6, 8, 9 의 최소공배수는 72 이다.
세 자리 자연수 중 가장 큰 72 의 배수는 936 이다.
$\therefore\ n = 936 - 1 = 935$

20. 5 로 나누면 4 가 남고, 6 로 나누면 5 가 남고, 8 로 나누면 7 이 남는 자연수 중에서 세 번째로 작은 값은? [배점 4, 중중]

① 119 ② 120 ③ 239

④ 240 ⑤ 359

해설

구하는 수는 (5, 6, 8 의 공배수)−1 이고,
5, 6, 8 의 최소공배수는 120 이다.
120 의 배수는 120, 240, 360 ··· 이고,
구하는 자연수는 119, 239, 359 ··· 이다.
따라서 세 번째로 작은 자연수는 359 이다.

21. 공책 21 권, 지우개 38 개, 연필 56 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권 부족하고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 부족했다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 명

해설

학생 수는 $21+3 = 24$, $38-2 = 36$, $56+4 = 60$ 의 최대공약수이다.
$24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로
최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
따라서 12 명이다.

22. 어떤 자연수로 300 을 나누면 12 가 부족하고 200 을 나누면 8 이 부족하고, 100 을 나누면 4 가 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 104

해설

$300+12=312,\ 200+8=208,\ 100+4=104$ 의 최대공약수는 104 이다.

23. 어떤 상점의 네온사인 A 는 10 초 동안 켜져 있다가 2 초 동안 꺼지고, B 는 12 초 동안 켜져 있다가 3 초 동안 꺼지며, C 는 14 초 동안 켜져 있다가 4 초 동안 꺼진다. 이 세 네온사인을 동시에 켰을 때, 처음으로 다시 동시에 켜지는 데는 몇 초가 걸리겠는가?

[배점 4, 중중]

① 90 초 ② 180 초 ③ 210 초

④ 360 초 ⑤ 420 초

해설

$A: 12=2^2\times 3,\ B: 15=3\times 5,\ C: 18=2\times 3^2$

12 와 15, 18 의 최소공배수는 $2^2\times 3^2\times 5=180$ 이다.

∴ 180 초 후에 네온사인 $A,\ B,\ C$ 가 다시 동시에 켜진다.

24. 동북이는 학교 운동장 한 편에 있는 농구 코트 주변에 철망을 설치하여 안전하게 농구를 하고자 한다. 철망은 가로의 길이가 24 m , 세로의 길이가 64 m 인 농구 코트 주변에 일정한 간격으로 기둥을 고정시키고, "ㄷ"자 형으로 망을 설치하고자 한다. 기둥은 처음 시작되는 지점과 끝나는 지점 그리고 모서리에는 반드시 고정시키고, 가능한 한 적게 사용하려고 한다면 모두 몇 개의 기둥이 필요하겠는가? [배점 5, 중상]

① 12 개 ② 13 개 ③ 14 개

④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

기둥사이의 간격을 x 라 할 때,

$24=x\times\square,\ 64=x\times\triangle$

x 는 24과 64 의 최대공약수

$24=2^3\times 3,\ 64=2^6$

$\therefore\ x=2^3=8$ (m)

기둥사이의 간격을 8 m 라 할 때

가로 $24=8$ (m) $\times 3$ (개), 세로 $64=8$ m $\times 8$ (개)

직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 "ㄷ"자 형으로 망을 설치할 때 필요한 기둥의 수는

$\therefore\ (2\times 3)+8+1=15$(개)

25. 학생들에게 검정 펜 50 자루, 빨강 펜 24 자루, 파랑 펜 100 자루를 똑같이 나누어줄 때, 검정 펜과 빨강 펜은 각각 6 개, 4 개가 부족하고, 파랑 펜은 2 개가 남는다. 이때, 최대 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 14 명

해설

검정 펜 50 자루를 나누면 6 개가 부족하다. : (50+6) 개를 나누면 나누어 떨어진다.
빨강 펜 24 자루를 나누면 4 개가 부족하다. : (24+4) 개를 나누면 나누어 떨어진다.
파랑 펜 100 자루를 나누면 2 개가 남는다. : (100−2) 개를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수 중 가장 큰 수는 56, 28, 98 의 최대공약수인 14 이다.
따라서 최대 학생 수는 14 명이다.