

실력 확인 문제

1. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $\{2, 4, 6, 8, \dots, 998, 1000\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 42 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 50 \text{보다 큰 } 5 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x|2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$
- ⑤ $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$

해설

- ② $\{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$
- ③ $\{55, 60, 65, 70, \dots\}$
- ④ $\emptyset$

2. 10 보다 작은 짝수의 모임을 집합 A 라고 할 때, 다음 $\square$ 안에 들어갈 기호가 나머지와 다른 것은? [배점 2, 하중]

- ① $2 \square A$ ② $8 \square A$ ③ $5 \square A$
- ④ $4 \square A$ ⑤ $6 \square A$

해설

10 보다 작은 짝수는 2, 4, 6, 8 이다. 2, 4, 6, 8 은 집합 A 의 원소이고 5 는 A 의 원소가 아니다.

3. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$A = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$,

$B = \{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$,

$C = \{x|x \text{는 한 자리 짝수인 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A \supset B$ ② $C \supset A$ ③ $B \supset C$
- ④ $B \not\supset A$ ⑤ $A = C$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $B \supset C$ 이다.

4. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 5 보다 크고 6 보다 작은 자연수의 모임
- ② 몸무게가 60kg 이상인 사람들의 모임
- ③ 40 에 가까운 수의 모임
- ④ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임
- ⑤ 반올림하여 50 이 되는 자연수들의 모임

해설

‘가까운’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

5. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$$

[배점 3, 중하]



> 8개

해설

$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$ 은 $X \subset \{1, 2, 3\}$ 이므로 가능한 X 의 개수는 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 개수이다.

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (개)}$$

6. 두 집합 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{2, 6, 9\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

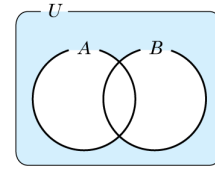


> 4개

해설

집합 X 는 원소 2, 6을 포함하는 $A \cup B = \{2, 4, 6, 9\}$ 의 부분집합이므로 X 의 개수는 $A \cup B = \{2, 4, 6, 9\}$ 에서 원소 2, 6를 뺀 $\{4, 9\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4$ (개)이다.

7. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40$, $n(A) = 20$, $n(B) = 18$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 중하]



> 7

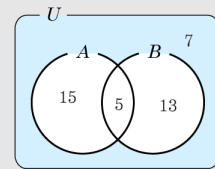
해설

색칠된 부분이 나타내는 집합은 $(A \cup B)^C$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 18 - 5 = 33$$

$$\therefore n((A \cup B)^C) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 33 = 7$$

[별해]



벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면 색칠된 부분의 원소의 개수는 7개이다.

8. 두 집합 $A = \{8 - a, 5, 7\}$, $B = \{b, a, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 7\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$A \cap B = \{1, 7\}$ 이므로 $1 \in A$ 이다.

$$\therefore 8 - a = 1, \quad a = 7$$

따라서 $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{b, 7, 8\}$ 이다.

$(A \cup B) - A = \{3, 8\}$ 이므로 $3 \in B$ 이다.

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a + b = 7 + 3 = 10$$

9. 세 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$, $C = \{x | x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$ 일 때, 세 집합의 원소의 개수의 합은? [배점 4, 중중]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$$

10. 집합 $A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n \text{은 } 8 \text{의 약수}\right\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

① $n(A) = 4$

② 집합 A 의 원소들의 합은 7 이다.

③ $8 \subset A$

④ $A \subset \{1, 2, 4, 8\}$

⑤ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15 개이다.

해설

$$A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n = 1, 2, 4, 8\right\} \text{ 이므로}$$

$$A = \left\{\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8}\right\} = \left\{4, 2, 1, \frac{1}{2}\right\}$$

② 집합 A 의 원소들의 합은 $\frac{15}{2}$

③ $8 \notin A$

④ $A \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

11. 다음 중 $A \neq B$ 인 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A = \{2, 4, 8\}, B = \{8, 2, 4\}$
 ② $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
 ③ $A = \{a, b, c, 3\}, B = \{3, c, b, a\}$
 ④ $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x | x \text{는 } 6 \text{ 이하의 홀수}\}$
 ⑤ $A = \{5, 10, 15, \dots\}, B = \{x | x \text{는 } 100 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

$$B = \{x | x \text{는 } 100 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, \dots, 100\} \neq A$$

12. $\{\{0\}, 1, 2, \{1, 2\}, \{\emptyset\}\}$ 를 원소로 가지는 집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{0\} \subset A$
 ③ $\{1, 2\} \subset A$ ④ $\{1\} \in A$
 ⑤ $\{\emptyset\} \subset A$

해설

- ① $\{\emptyset\} \in A$
 ② $\{\{0\}\} \subset A$
 ④ $1 \in A$
 ⑤ $\{\{\emptyset\}\} \subset A$

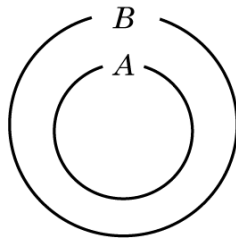
13. 네 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}, D = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $C \subset A, D \subset B$ 가 동시에 성립하기 위한 a 의 값을 모두 구하여라. (단 $a > 0$) [배점 5, 중상]



해설

$C \subset A$ 이므로 a 는 36 의 약수
 $D \subset B$ 이므로 a 는 6 의 배수
 $\therefore a = 6, 12, 18, 36$

14. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$ 의 관계가 다음의 벤 다이어그램과 같을 때, a 의 값으로 들어 갈 수 없는 것은?
[배점 5, 중상]



- ① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

$A \subset B$ 이므로 a 는 18의 약수
 $\therefore a = 1, 2, 3, 6, 9, 18$

15. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라.
[배점 5, 중상]



➤ 136

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합은
 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\},$
 $\{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\},$
 $\{2, 3, 5, 7\}$ 중에 원소 2, 3, 5, 7은 8번씩 포함
 되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2+3+5+7) \times 8 = 136$ 이다.