

실력 확인 문제

1. 두 집합이 서로 같지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 1\}$
- ② $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ③ $A = \{a, b, c\}, B = \{c, b, a\}$
- ④ $A = \{x|x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ⑤ $A = \{3, 6, 9, 12\}, B = \{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

$$\textcircled{5} B = \{3, 6, 9, 12, \dots\} \neq A$$

2. 10 미만의 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- $\textcircled{㉠} 10 \in A$ $\textcircled{㉡} 5 \notin A$ $\textcircled{㉢} 2 \in A$
- $\textcircled{㉣} 12 \notin A$ $\textcircled{㉤} 8 \notin A$

[배점 3, 하상]



해설

$$\textcircled{㉠} 10 \notin A \quad \textcircled{㉤} 8 \in A$$

3. 수정이네 반 학생 40 명 중에서 강아지를 키우는 학생은 24 명, 고양이를 키우는 학생은 16 명이고, 고양이만 키우는 학생은 13 명이다. 이 때, 고양이도 강아지도 키우지 않는 학생 수는? [배점 3, 중하]

- ① 3명 ② 5명 ③ 7명
- ④ 9명 ⑤ 11명

해설

수정이네 반 학생들의 모임을 전체집합 U , 강아지를 키우는 학생들의 모임을 집합 A , 고양이를 키우는 학생들의 모임을 집합 B 라 하면, 고양이만 키우는 학생들의 모임은 $B - A$ 이고, 고양이도 강아지도 키우지 않는 학생들의 모임은 $A^C \cap B^C$ 이다.

$$n(U) = 40, n(A) = 24, n(B) = 16$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - n(A \cap B) = 13$$

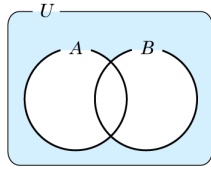
$$n(A \cap B) = 3$$

$$n(A^C \cap B^C) = n((A \cup B)^C)$$

$$= n(U) - n(A \cup B)$$

$$= 40 - (24 + 16 - 3) = 3$$

4. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40$, $n(A) = 20$, $n(B) = 18$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 중하]



> 7

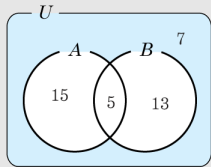
해설

색칠된 부분이 나타내는 집합은 $(A \cup B)^C$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 18 - 5 = 33$$

$$\therefore n((A \cup B)^C) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 33 = 7$$

[별해]



벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면 색칠된 부분의 원소의 개수는 7개이다.

5. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

[배점 4, 중중]



> 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $2 + 5 + 8 + 11 = 26$

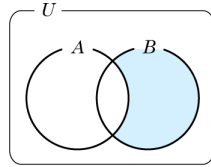
6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $n(A) = 14$, $n(B) = 31$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 의 값은?
- [배점 4, 중중]

① 3 ② 7 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$,
 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 31 - 14 = 17$

7. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 것이 아닌 것은?

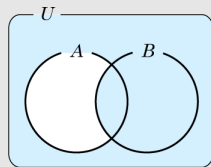


[배점 4, 중중]

- ① $B - A$ ② $A^c \cap B$
 ③ $A^c \cup B$ ④ $B - (A \cap B)$
 ⑤ $(A \cup B) - A$

해설

③ $A^c \cup B$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



8. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?. [배점 4, 중중]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$
 ③ $n(A) = 5$ ④ $\{4\} \subset A$
 ⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

- ④ $\{4\} \in A$

9. 집합 $A = \{x \mid 2 \leq x < a \text{인 자연수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합의 개수가 16개가 되기 위한 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]



6

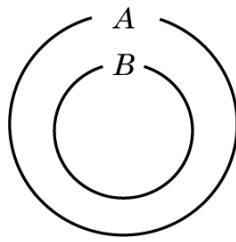
해설

$$2^{n(A)} = 16 = 2^4 \quad \therefore n(A) = 4$$

$$A = \{2, 3, 4, 5\} = \{x \mid 2 \leq x < 6 \text{인 자연수}\}$$

$$\therefore a = 6$$

10. 두 집합 A, B 사이의 관계가 다음 벤 다이어그램과 같고, 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 없는 것은?



[배점 5, 중상]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

- ① $\{1, 2, 3, 6\} \subset A$
 ② $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \subset A$
 ③ $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \subset A$
 ④ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \not\subset A$
 ⑤ $B = A$

11. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{1, a, 2+a, 8, 8a\}$ 에서 $A \cap B = \{4, 8, 16\}$ 일 때, $A \cup B$ 는?(단, a 는 자연수이다.) [배점 5, 중상]

- ① $\{1, 2, 4, 8, 16\}$
 ② $\{1, 2, 4, 8, 12, 16\}$
 ③ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 20\}$
 ④ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 32\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 24, 32\}$

해설

$A = \{4, 8, 12, 16\}$

$A \cap B = \{4, 8, 16\}$ 이므로 $4 \in B$, $8 \in B$, $16 \in B$ 이다.

이 때, a 가 자연수라 했으므로, $a < 2+a < 8a$ 이다.

따라서 $8a \neq 4$, $8a \neq 8$ 이다.

$8a = 16 \quad \therefore a = 2$

$B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4, 8, 12, 16\}$

12. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15, n(B) = 8, n(C) = 7, n(A \cap B) = 3, A \cap C = \emptyset, n(B \cap C) = 3$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

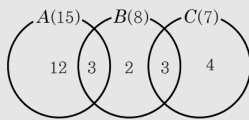
[배점 5, 중상]



24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

13. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 32, n(B) = 20, n(C) = 15, n(A \cap B) = x, n(B \cap C) = 0, n(A \cap C) = 10, n(A - B) = 22$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값은?

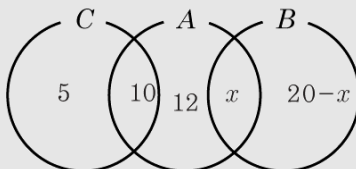
[배점 5, 상하]

- ① 41 ② 43 ③ 45 ④ 47 ⑤ 49

해설

어그램으로 나타내면 다음 그림과 같다.

$$\text{그러므로 } n(A \cup B \cup C) = 5 + 10 + 12 + x + 20 - x = 47$$



14. 두 집합 $A = \{1, a^2, 8\}, B = \{2, a + 2, 3a\}$ 에서 $A - B = \{1, 8\}$ 일 때 a 의 값은? (단, $a > 0$ 인 정수)

[배점 5, 상하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = \{1, a^2, 8\}, B = \{2, a + 2, 3a\}, A - B = \{1, 8\}$ 이므로 $a^2 = 2$ 또는 $a^2 = a + 2$ 또는 $a^2 = 3a$ 이다.

주어진 조건 $a > 0$ 인 정수를 만족하는 a 는 $a^2 = 3a$ 에서 $a = 3$ 과 $a^2 = a + 2$ 에서 $a = 2$ 이다.

15. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

[배점 5, 상하]



9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1 쌍이 될 수 있다.

$$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9(\text{쌍})$$