

실력 확인 문제

1. 다음 안에 알맞은 짝수의 합을 구하여라.

보기

$$\{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\} \subset \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$$

[배점 3, 하상]



14

해설

8의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 2, 4, 8이다.
이 중 짝수는 2, 4, 8이다.
따라서 $2 + 4 + 8 = 14$ 이다.

2. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① \emptyset
- ② $\{x \mid x \text{는 두 자리의 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 분자가 1인 분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 100보다 크고 101보다 작은 자연수}\}$

해설

- ③ $\left\{ \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \right\}$: 무한집합
- ④ $\{2, 5, 8, \dots\}$: 무한집합

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $\{2, 5\} \subset X \subset A$ 를 만족하는 집합 X 로 옳지 않은을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① $\{2, 3, 4\}$
- ② $\{2, 3, 5\}$
- ③ $\{2, 5, 7\}$
- ④ $\{2, 3, 4, 5\}$
- ⑤ $\{2, 3, 5, 7\}$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$
 $\{2, 5\} \subset X \subset A$ 이므로 집합 X 는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 5를 반드시 포함하는 집합이다.
 ① $5 \notin \{2, 3, 4\}$
 ④ $4 \notin A$
 $\therefore \{2, 3, 4, 5\} \not\subset A$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 3, n(B - A) = 5, n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]



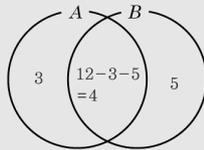
▶ 4

해설

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$$

[별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

5. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 소수}\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 4 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3, 5, 7 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{8-4} = 2^4 = 16$ (개)

6. 전체집합 U 와 그 두 부분집합 A, B 가 다음과 같을 때, $A^c \cap B$ 의 모든 원소의 곱을 구하여라.

보기

$$U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$$

$$A = \{2, 4, 5, 8\}$$

$$B^c = \{2, 4, 6, 7, 9\}$$

[배점 4, 중중]



▶ 30

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}, A = \{2, 4, 5, 8\}, B = \{1, 3, 5, 8, 10\}$ 이므로

$$A^c \cap B = B - A = \{1, 3, 10\}$$

$$\therefore 1 \times 3 \times 10 = 30$$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 25, n(B) = 16, A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B) + n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]



▶ 34

해설

$$A \cap B = B \text{ 이므로 } B \subset A,$$

$$n(A \cup B) = n(A) = 25,$$

$$n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$$

$$\therefore n(A \cup B) + n(A - B) = 25 + 9 = 34$$

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 소수}\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 4개 ② 10개 ③ 12개
 ④ 16개 ⑤ 20개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3, 5, 7을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{8-4} = 2^4 = 16$ (개)

9. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 2n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $2(n-1)$ 과, $2n$ 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 32 일 때, n 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 $2^{n-2} = 32 = 2^5$ 이다.
 $\therefore n - 2 = 5$
 $\therefore n = 7$
 원소의 개수가 7개이므로 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$, $n = 14$ 이다.

10. 두 집합 $A = \{21, 24, 27, 30\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 50 \text{이하의 } 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]



▶ 14

해설

$A = \{21, 24, 27, 30\}$, $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$ 이므로
 $n(A) = 4$, $n(B) = 10$ 이다.
 $\therefore 4 + 10 = 14$

11. 두 집합 $A = \{4, 6, x\}$, $B = \{1, 3, x+3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 를 만족할 때, x 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cup B = \{1, 3, 4, 6, x, x+3\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로
 $x = 2$, $x+3 = 5$ 이다. 따라서 $x = 2$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 14, n(B) = 28, n(A \cup B) = 42$ 일 때, ' $A - B \square A$ ' 에서 \square 안에 들어갈 수 있는 기호는 모두 몇개인지 구하여라.

보기

$\not\subset, \subset, \supset, \not\supset, =$

[배점 5, 중상]



3개

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $42 = 14 + 28 - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset$ 이다.
 $A - B \square A$ 에서 \square 안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset, \supset, =$ 이다.
 따라서 \square 안에 들어갈 수 있는 기호는 보기에서 $\supset, \subset, =$ 로 3개이다.

13. 전체 집합의 세 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}, C = \{x|x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n((A - B) \cup (A - C) \cup (B - C))$ 를 구하면?

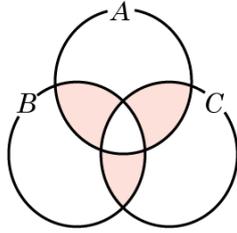
[배점 5, 상하]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 3, 5, 15\}, C = \{1, 2, 4, 8, 16\}$
 $A - B = \{2, 6\}, B - C = \{3, 5, 15\}, A - C = \{3, 6\}$
 $\therefore (A - B) \cup (A - C) \cup (B - C) = \{2, 6\} \cup \{3, 6\} \cup \{3, 5, 15\} = \{2, 3, 5, 6, 15\}$
 따라서 $n((A - B) \cup (A - C) \cup (B - C)) = 5$

141 에서 100 까지의 자연수 중에서 $A = \{x \mid x \text{는 } 2\text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 5\text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 속하는 원소의 개수를 구하여라.



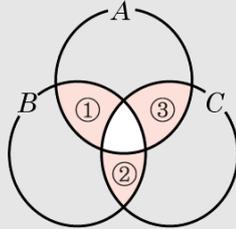
[배점 5, 상하]



> 23 개

해설 부분 ①, ②, ③의 원

소의 개수를 a, b, c 라 하면
 $a = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{1}$,
 $b = n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{2}$,
 $c = n(C \cap A) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{3}$



$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B) = 16$,
 $B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 15\text{의 배수}\} \therefore n(B \cap C) = 6$
 $C \cap A = \{x \mid x \text{는 } 10\text{의 배수}\} \therefore n(C \cap A) = 10$
 $A \cap B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 30\text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B \cap C) = 3$

①, ②, ③ 에 의해

$$\begin{aligned} a + b + c &= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3 \times n(A \cap B \cap C) \\ &= 16 + 6 + 10 - 9 = 23 \end{aligned}$$

15. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]



> $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$
 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $n(U) = 9, n(A \cup B) = 9$ 이므로
 $A \cup B = U \dots \textcircled{1}$
 $n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset \dots \textcircled{2}$
 ① 과 ② 에 의하여
 $B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$