

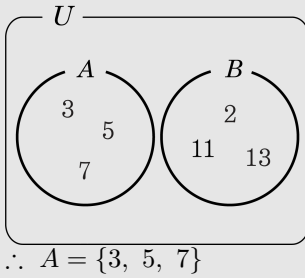
실력 확인 문제

1. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$, $(A \cup B)^c = \emptyset$ 이고, $B = \{2, 11, 13\}$ 일 때, 집합 A 를 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 3, 5\}$
③ $\{1, 3, 5, 7\}$ ④ $\{3, 5\}$
⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$
주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



2. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, \{1, 2, 3, 6\}$ 을 원소로 가지는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $B \subset A, A \neq B$

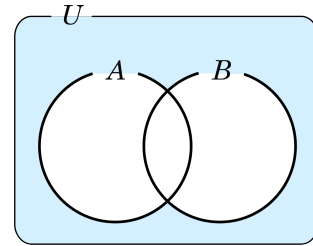
3. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 8 \text{ 미만의 } 20 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) = a$, 집합 B 의 부분집합의 개수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값을 골라라. [배점 3, 중하]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$A = \{8, 16\}$, $B = \{1, 2, 4, 5\}$ 이므로 $a = n(A) = 2$ 이고,
 $n(B) = 4$ 이므로, $b = (B \text{의 부분집합의 개수}) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 이다.
 $\therefore b - a = 16 - 2 = 14$

4. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 31$, $n(A) = 23$, $n(B) = 12$, $n(A \cap B) = 6$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

> 2개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $(A \cup B)^C$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 23 + 12 - 6 = 29$$

$$\therefore n((A \cup B)^C) = n(U) - n(A \cup B) = 31 - 29 = 2$$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 7\text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{4, 5\}$
- ② $\{2, 4, 5, 6\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
이므로 집합 B 는 원소 4, 5를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supset 4$

6. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- | | |
|---------------------|-------------------------------|
| ㉠ $\{0\} \subset A$ | ㉡ $\emptyset \subset A$ |
| ㉢ $0 \notin A$ | ㉣ $A \not\subset \{2, 3, 1\}$ |
| ㉤ $\{1\} \subset A$ | ㉥ $\{0, 1\} \not\subset A$ |

[배점 4, 중중]

> ㉠

> ㉥

해설

㉠ $\{0\} \not\subset A$

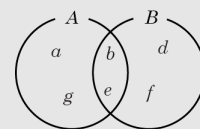
㉥ $A \subset \{2, 3, 1\}$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e, g\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, f, g\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

> $B = \{b, d, e, f\}$

해설



$\therefore B = \{b, d, e, f\}$

8. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 7을 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7\}$ 에서
 원소 1, 7을 모두 포함하는 부분집합은
 $2^{4-2} = 4$ (개)이다.

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 5를 포함하는 부분집합의 개수가 32개일 때, n 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

집합 A 의 원소의 개수는 n 개 이므로 원소 2, 5를 포함하는 부분집합의 개수는
 $2^{n-2} = 32 = 2^5 \quad \therefore n = 7$

10. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a^2 \text{을 } 10 \text{으로 나눈 나머지, } a \text{는 자연수}\}$ 일 때, A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

> 64개

해설

제곱수의 일의 자리를 살펴보면 1^2 은 1, 2^2 은 4, 3^2 은 9, 4^2 은 6, 5^2 은 5, 6^2 은 6, 7^2 은 9, 8^2 은 4, 9^2 은 1, 10^2 은 0, 11^2 은 1, ... 이므로
 $A = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$
 따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$ (개)이다.

11. 다음 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

$A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{3, 9\}, C = \{x \mid x \text{는 9의 약수}\}$

[배점 5, 중상]

> $B \subset C \subset A$

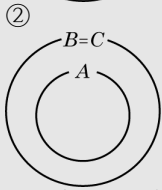
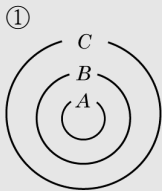
해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$
 $B = \{3, 9\}$
 $C = \{1, 3, 9\}$
 $\therefore B \subset C \subset A$

12. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 중상]

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.
- ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.
- ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설



- ③ 예를 들면 $A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$ 이면, $A \subset B, B \subset C$ 이지만 $A \neq B$
- ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면, $A = B = C$
- ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면, $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

13. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

> 28개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

$$\begin{aligned}
 (\text{집합 } B \text{의 갯수}) &= (U \text{의 부분집합의 갯수}) - \\
 &= (A \text{의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수}) \\
 &= 2^5 - 2^{5-3} \\
 &= 2^5 - 2^2 \\
 &= 32 - 4 = 28(\text{개})
 \end{aligned}$$

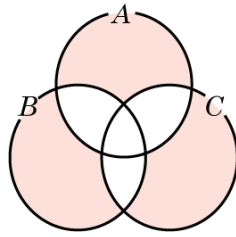
14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 다른 하나는? [배점 5, 상하]

- ① $A \cap B$
- ② $A \cup \emptyset$
- ③ $(A \cap B) \cap A$
- ④ $A - B$
- ⑤ $A - B^c$

해설

④ $A - B = \emptyset$

151 에서 100 까지의
 자연수 중에서 $A =$
 $\{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B =$
 $\{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $C =$
 $\{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음
 벤 다이어그램에 색칠된 부분에
 속하는 원소의 개수는?



[배점 5, 상하]

- ① 48 개 ② 67 개 ③ 75 개
 ④ 77 개 ⑤ 85 개

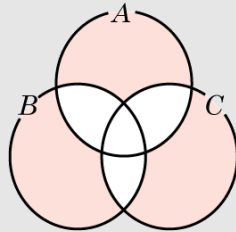
해설 $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$ 부분에 속하는 원소
 의 개수는

$$n(A) + n(B) + n(C) - 2 \times$$

$$n(A \cap B) - 2 \times n(B \cap C) - 2 \times$$

$$n(C \cap A) + 3 \times n(A \cap B \cap C)$$

이다.



$$n(A) = 50, n(B) = 33, n(C) = 20, A \cap B =$$

$$\{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(A \cap B) = 16$$

$$B \cap C = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(B \cap C) = 6,$$

$$C \cap A = \{x|x \text{는 } 10 \text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(C \cap A) =$$

$$10$$

$$A \cap B \cap C = \{x|x \text{는 } 30 \text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(A \cap$$

$$B \cap C) = 3$$

$$\text{따라서 } 50 + 33 + 20 - 2 \times 16 - 2 \times 6 - 2 \times 10 + 3 \times 3 = 48$$

이다.