

실력 확인 문제

1. 11 이하의 자연수 중에서 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 수의 집합을 A 라 할 때 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $2 \notin A$ ② $5 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $A \ni 10$ ⑤ $A \not\ni 11$

해설

- ① $2 \in A$
 ④ $A \not\ni 10$
 ⑤ $A \ni 11$

2. 다음 중 공집합이 아닌 유한집합을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \leq 1, x \text{는 자연수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{인 자연수}\}$
 ③ $\{x \mid x < 2, x \text{는 소수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{보다 큰 } 25 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{1\}$
 ② $\{3, 8, 13, \dots\}$
 ③ \emptyset
 ④ $\{1\}$
 ⑤ $\{50, 75, 100, \dots\}$

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, $B \subset A$ 를 만족하는 B 가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
 ② $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$
 ③ $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 ④ $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 6 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $B = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

- ① $B = \{1, 2, 4, 8\}$
 ② $B = \{2, 4, 6, 8\}$
 ③ $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 ④ $B = \{6, 12, 18, 24\}$
 ⑤ $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

4. $A = \{a, b, c\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합의 개수를 써라. [배점 3, 중하]

 8개

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$
 따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 8개이다.

5. 두 집합 $A = \{2, 4, a-1\}$, $B = \{a-8, a-3, b+2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 9\}$ 일 때, 집합 A 와 집합 B 의 합집합은? [배점 4, 중중]

- ① $\{2, 4, 8\}$ ② $\{2, 4, 7, 9\}$
 ③ $\{2, 4, 8, 9\}$ ④ $\{2, 4, 7, 8, 9\}$
 ⑤ $\{2, 4, 7, 9, 11\}$

해설

$A \cap B = \{2, 9\}$ 이므로 $9 \in A$
 $a-1 = 9 \therefore a = 10$
 $a = 10$ 이므로 $B = \{2, 7, b+2\}$
 $9 \in B$ 이므로 $b+2 = 9 \therefore b = 7$
 $A = \{2, 4, 9\}$, $B = \{2, 7, 9\}$
 $\therefore A \cup B = \{2, 4, 7, 9\}$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \leq x \leq 8 \text{인 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 3개인 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

 10개

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 부분집합은
 $\{4, 5, 6\}$, $\{4, 5, 7\}$, $\{4, 5, 8\}$, $\{4, 6, 7\}$,
 $\{4, 6, 8\}$, $\{4, 7, 8\}$, $\{5, 6, 7\}$, $\{5, 6, 8\}$,
 $\{5, 7, 8\}$, $\{6, 7, 8\}$ 따라서 부분집합의 개수는 10이다.

7. 다음 중 $A \neq B$ 인 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A = \{2, 4, 8\}$, $B = \{8, 2, 4\}$
 ② $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\}$
 ③ $A = \{a, b, c, 3\}$, $B = \{3, c, b, a\}$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{이하의 홀수}\}$
 ⑤ $A = \{5, 10, 15, \dots\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{이하의 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

$B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{이하의 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, \dots, 100\} \neq A$

8. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 99 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 99 \text{이하의 } 9 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B)$ 의 원소의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 3개 ② 9개 ③ 13개
 ④ 31개 ⑤ 33개

해설

$n(A) = 33$, $n(B) = 11$, $n(A \cap B) = 11$ 이므로
 $n(A \cup B) = 33 + 11 - 11 = 33$

9. 집합 $A_{15} = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$, 집합 $A_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 배수}\}$ 라고 할 때, $A_{15} \subset A_b$ 를 만족하게 하는 자연수 b 를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

- > 1
- > 3
- > 5
- > 15

해설

15의 약수인 1, 3, 5, 15가 들어갈 수 있다.

10. 두 집합 $A = \{3, 6, 8, 9, 11\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \leq x \leq 5 \text{인 자연수}\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

- > 8개

해설

$B = \{3, 4, 5\}$
 $(A - B) \cup X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $\{6, 8, 9, 11\} \subset X \subset \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 11\}$
 집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 6, 8, 9, 11을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{7-4} = 2^3 = 8$ (개)

11. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{1, 5\}) = 3$
- ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ⑤ $n(\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}) = n(\{x \mid x \text{는 } 14 \text{의 약수}\})$

해설

- ① $3 - 2 = 1$
- ② 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 일 때, $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$ 이다.
- ④ 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1, 2\}$ 일 때, $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 5, 10\}) = 4$, $n(\{1, 2, 7, 14\}) = 4$

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $n(\{0\}) = 1$
- ② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
- ③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$
- ④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$
- ⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

- ② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$
- ③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$
- ④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

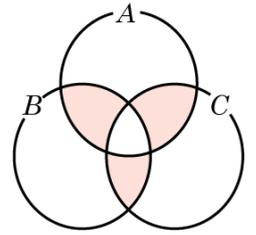
13. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 다른 하나는? [배점 5, 상하]

- ① $A \cap B$ ② $A \cup \emptyset$
- ③ $(A \cap B) \cap A$ ④ $A - B$
- ⑤ $A - B^c$

해설

④ $A - B = \emptyset$

141 에서 100 까지의 자연수 중에서 $A = \{x \mid x \text{는 } 2\text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 5\text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 속하는 원소의 개수를 구하여라.

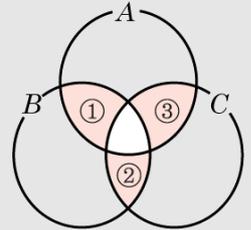


[배점 5, 상하]

> 23 개

해설 부분 ①, ②, ③ 의 원

소의 개수를 a, b, c 라 하면
 $a = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{1}$, $b = n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{2}$,
 $c = n(C \cap A) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{3}$



$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B) = 16$,
 $B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 15\text{의 배수}\} \therefore n(B \cap C) = 6$
 $C \cap A = \{x \mid x \text{는 } 10\text{의 배수}\} \therefore n(C \cap A) = 10$
 $A \cap B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 30\text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B \cap C) = 3$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에 의해
 $a + b + c$
 $= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3 \times n(A \cap B \cap C)$
 $= 16 + 6 + 10 - 9 = 23$

15. 전체집합 $U = \{a, b, c\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인가?
 [배점 5, 상하]

- ① 9 쌍 ② 18 쌍 ③ 27 쌍
 ④ 36 쌍 ⑤ 45 쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.
 집합 U 의 부분집합은
 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$
 이다.
 $A = \emptyset$ 일 때, B 는 8가 될 수 있는 것은 8가지이다.
 $A = \{a\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지
 이다.
 $A = \{b\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지이
 다.
 $A = \{c\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지이
 다.
 $A = \{a, b\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2가지
 이다.
 $A = \{a, c\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2
 가지이다.
 $A = \{b, c\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2가지
 이다.
 $A = \{a, b, c\}$ 일 때, B 는 1가 될 수 있는 것은 1
 가지이다.
 $\therefore 8 + 12 + 6 + 1 = 27(\text{쌍})$