

실력 확인 문제

1. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 미만의 } 5 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 13 < x < 15 \text{인 홀수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

➤ 4

해설

$A = \{5, 10, 15, 20\}$, $B = \emptyset$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 4 - 0 = 4$

2. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{a, b\}$
 ② \emptyset
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{12\}$: 유한집합
 ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
 ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 81 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

➤ 32개

해설

$A = \{1, 3, 9, 27, 81\}$
 (부분집합의 개수) $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32(\text{개})$

4. 수정이네 반 학생 40명 중에서 강아지를 키우는 학생은 24명, 고양이를 키우는 학생은 16명이고, 고양이만 키우는 학생은 13명이다. 이 때, 고양이도 강아지도 키우지 않는 학생 수는? [배점 3, 중하]

- ① 3명 ② 5명 ③ 7명
 ④ 9명 ⑤ 11명

해설

수정이네 반 학생들의 모임을 전체집합 U , 강아지를 키우는 학생들의 모임을 집합 A , 고양이를 키우는 학생들의 모임을 집합 B 라 하면, 고양이만 키우는 학생들의 모임은 $B - A$ 이고, 고양이도 강아지도 키우지 않는 학생들의 모임은 $A^C \cap B^C$ 이다.

$$\begin{aligned} n(U) &= 40, n(A) = 24, n(B) = 16 \\ n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = 16 - n(A \cap B) = 13 \\ n(A \cap B) &= 3 \\ n(A^C \cap B^C) &= n((A \cup B)^C) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 40 - (24 + 16 - 3) = 3 \end{aligned}$$

5. 집합 $X = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cup B = X$ 가 되는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

> 8개

해설

$X = \{1, 2, 4, 8\}$, $A = \{1, 2, 4\}$ 이고
 $A \cup B = X$ 가 되어야 하므로 집합 B 는 원소 8을 반드시 포함해야 한다.
 따라서, 집합 B 는
 $\{8\}$, $\{1, 8\}$, $\{2, 8\}$, $\{4, 8\}$, $\{1, 2, 8\}$,
 $\{1, 4, 8\}$, $\{2, 4, 8\}$, $\{1, 2, 4, 8\}$
 이므로 8개이다.

6. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 15 \text{미만의 소수}\}$, $B = \{11, 13, a, a+1\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 일 때, a 의 값은?
 [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 5 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설

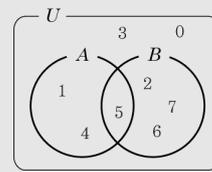
$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 이므로 $6 \in B$
 (i) $a = 6$ 일 때,
 $B = \{6, 8, 11, 13\}$
 $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 11, 13\}$ (×)
 (ii) $a + 1 = 6$ 일 때,
 $a = 5$ 이므로 $B = \{5, 6, 11, 13\}$
 $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$
 따라서 $a = 5$ 이다.

7. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$, $(A \cup B)^c = \{0, 3\}$, $A - B = \{1, 4\}$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값을 구하여라.
 [배점 4, 중중]

> 3

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$B - A = \{2, 6, 7\}$ 이므로 $n(B - A) = 3$

8. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는?
 [배점 4, 중중]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{10-2-7} = 2^1 = 2$ (개)

9. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 $B \subset X \subset A$ 를 만족하는 X 의 개수를 모두 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 16개 ② 20개 ③ 24개
 ④ 28개 ⑤ 32개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, $B = \{2, 3, 5\}$
 집합 X 는 원소 2 와 3, 5 를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 부분집합의 개수는 $2^{8-3} = 2^5 = 32$ (개)이다.

10. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것을 골라라

[배점 5, 중상]

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
 ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$
 ③ $A \cup \emptyset = \emptyset$
 ④ $A \subset B$, $B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$
 ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
 ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$
 ③ $A \cup \emptyset = A$
 ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

11. 다음 중 집합에 관한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 중상]

- ① 집합 $A = \{\emptyset\}$ 일 때, $n(A) = 1$
 ② 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 0$
 ③ 집합 $C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(C) = 4$
 ④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = c$
 ⑤ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$

해설

- ② 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 1$
 ④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 3 - 2 = 1$

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \emptyset$ 이 되는 경우를 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $A^c \subset B^c$ ② $A = B$
 ③ $A \cup B = B$ ④ $A \cap B = B$
 ⑤ $B - A = \emptyset$

해설

- ① $A^c \subset B^c$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A - B \neq \emptyset$
 ② $A = B$ 이면 $A - B = \emptyset$
 ③ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$
 ④ $A \cap B = B$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A - B \neq \emptyset$
 ⑤ $B - A = \emptyset$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A - B \neq \emptyset$

13. 다음은 집합이 아닌 것을 집합이 되도록 적절히 고친 것이다. 잘못 고친 것을 모두 골라라.

[배점 5, 상하]

㉠

해설

㉠ 20 에 가까운 수들의 모임이라고 하더라도, 그 대상을 분명히 알 수가 없다.

예를 들어, "20 과의 거리가 2 이하인 수" 와 같이 분명한 기준이 있어야 한다.

㉡ 공부를 못하는 학생들의 모임이라고 하더라도 그 대상을 분명히 알 수가 없다.

예를 들어, "수학 점수가 30 점 이하인 학생" 과 같이 분명한 기준이 있어야 한다.

14. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라. [배점 5, 상하]

9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1 쌍이 될 수 있다.

$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9(\text{쌍})$

15. 우리 반 학생 36 명 중 개를 키우는 학생은 15 명, 고양이를 키우는 학생은 18 명이다. 개만 키우는 학생이 8 명일 때, 개도 고양이도 키우지 않는 학생의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

 10 명

해설

우리 반 학생의 집합을 U , 개를 키우는 학생의 집합을 A , 고양이를 키우는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 36, n(A) = 15, n(B) = 18$$

$$n(A - B) = 8$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \text{ 이므로}$$

$$8 = 15 - n(A \cap B), n(A \cap B) = 7$$

$$n(A \cup B)$$

$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 7 = 26$$

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 26 = 10$$