

확인 C

1. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소 공배수는? [배점 2, 하중]

- ① 42 ② 84 ③ 90
 ④ 168 ⑤ 336

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) \times (최소공배수) 이므로
 $84 = 1 \times (\text{최소공배수})$
 따라서 최소공배수는 84 이다.

2. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
 사랑 : 무엇을 구했는데?
 재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
 사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
 재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 재중 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
 사랑 : 맞아!
 재중 : 공약수의 개수는 개구나.

[배점 2, 하중]

- 최대공약수
- 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
 사랑 : 무엇을 구했는데?
 재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
 사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
 재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
 사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
 재중 : 그럼, (= 최대공약수) 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
 사랑 : 맞아!
 재중 : 공약수의 개수는 (= 6) 개구나.

45 를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개) 이다.

3. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 10 일 때, A 와 B 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

> 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 10 을 소인수분해하면 $10 = 2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이다. 따라서 두 자연수 A 와 B 의 공약수의 개수는 4 개이다.

4. 청소년을 위한 마라톤이 이번 일요일에 개최된다. 마라톤을 하는 중간에 물은 6km 지점마다, 수건은 8km 지점마다 준비된다고 한다. 마라톤이 시작되고 3km 지점에 물과 수건이 처음으로 준비된 후, 다음에 처음으로 물과 수건이 함께 준비된 것은 몇 km 후인지 나뉠셈을 이용하여 구하여라. [배점 2, 하중]

> 27 km

해설

의 최소공배수를 나뉠셈을 이용하여 구하면 된다.

2)	6	8
	3	4

최소공배수는 24 이므로 물과 수건이 함께 준비된 것은 $3 + 24 = 27(\text{km})$ 이다.

5. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 42 ② 49 ③ 56 ④ 60 ⑤ 63

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때, $G \times L = A \times B$

$420 = 7 \times (\text{최소공배수})$ 이다.

\therefore 최소공배수 = 60

6. $A = \{x|x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 에 대하여 a, b 의 최대공약수가 18 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 하상]

> 6

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 $A \cap B = \{x|x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$

$n(A \cap B) = 6$

7. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 12 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 ⑤ 5 는 12 의 약수가 아니다.

8. $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 없는 것은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2^2 ③ 2×5
 ④ 5^2 ⑤ $2^2 \times 5$

해설

두 수의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이므로 5^2 은 공약수가 될 수 없다.

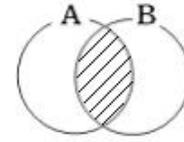
9. 두 자연수 12, 21 의 공배수 중 200 보다 크고 300 보다 작은 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

➤ 252

해설

두 자연수 12, 21 의 최소공배수는 84 이며, 최소공배수의 배수 84, 168, 252, ... 중 200 보다 크고 300 보다 작은 수는 252 이다.

10. 4 의 배수의 집합을 A , 6 의 배수의 집합을 B 라고 할 때, 그림에서 색칠한 부분의 수가 아닌 것은?



[배점 3, 하상]

- ① 12 ② 24 ③ 40
 ④ 108 ⑤ 120

해설

그림에서 색칠한 부분은 $A \cap B$ 부분이며, $A \cap B$ 는 4 와 6 의 최소공배수인 12 의 배수들의 집합이므로 12 의 배수가 아닌 것은 40 이다.

11. 집합 $X = \{a, b\}$ 에서 a, b 의 최대공약수는 4, 두 수의 곱이 96 일 때, 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

➤ 2개

해설

a, b 의 최대공약수가 4 이므로
 $a = 4x$, $b = 4y$ (x, y 는 서로소, $x < y$) 라 하면
 $4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$
 즉, (x, y) 는 $(1, 6), (2, 3)$ 이므로 (a, b) 는
 $(4, 24), (8, 12)$ 이다.
 따라서 $X = \{4, 24\}$ 또는 $X = \{8, 12\}$ 이므로 집합 X 는 2 개이다.

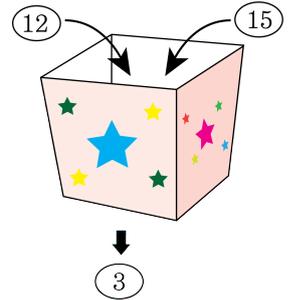
12. 두 자연수의 곱이 540 이고 최대공약수가 6 일 때, 최소공배수는? [배점 3, 중하]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 80 ⑤ 90

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로
 $540 = 6 \times (\text{최소공배수})$
 따라서 최소공배수는 90 이다.

13 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 개의 숫자카드를 넣으면 두 수의 최대공약수가 적힌 한 장의 카드가 나온다고 한다. 다음 물음에 답하여라. 갑, 을, 병 세 사람이 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하여라.



갑 : 4, 12 을 : 15, 40 병 : 16, 40

[배점 3, 중하]

> 갑

해설

	$2 \overline{) 4}$	$2 \overline{) 12}$	
갑)	2	$2 \overline{) 6}$	
		3	\therefore 최대공약수 : 2^2
	$3 \overline{) 15}$	$2 \overline{) 40}$	
을)	5	$2 \overline{) 20}$	
		$2 \overline{) 10}$	
		5	\therefore 최대공약수 : 5
	$2 \overline{) 16}$	$2 \overline{) 40}$	
병)	$2 \overline{) 8}$	$2 \overline{) 20}$	
	$2 \overline{) 4}$	$2 \overline{) 10}$	
	2	5	\therefore 최대공약수 : 2^3

따라서 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 갑이다.

14. 소인수분해를 이용하여 세 수 15, 45, 90의 최대공약수를 구하면? [배점 3, 중하]

- ① 3 ② 5 ③ 9 ④ 10 ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 30} \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \\ \hline \end{array}$$

$15=3 \times 5$ $45=3^2 \times 5$ $90=2 \times 3^2 \times 5$
따라서, 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

15. 15 이하의 자연수 중에서 12와 서로소인 자연수의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12와 최대공약수가 1인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13의 5개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12와 서로소인 자연수는 모두 5개이다.

16. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 18일 때, 두 자연수의 공배수 중인 100 이하의 자연수 중 가장 큰 것을 구하여라. [배점 3, 중하]

- ① 18 ② 36 ③ 54 ④ 72 ⑤ 90

해설

두 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.

어떤 두 자연수의 최소공배수가 18이므로 A, B 의 공배수는 18, 36, 54, 72, 90...이다.

100 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 90이다.

17. 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① 16 ② 24 ③ 56
④ 72 ⑤ 120

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고, 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같으므로 두 수의 최대공약수는 8이어야 한다.

40과 16, 40과 24, 40과 56, 40과 72의 최대공약수는 8이다. 한편, 40과 120의 최대공약수는 40이므로 120은 a 의 값이 될 수 없다.

18. $6 \times x$, $8 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 720 이라고 할 때, x 의 값은 얼마인가? (단, x 는 한 자리의 자연수이다.)
[배점 4, 중중]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$2 \times 3 \times x$, $2^3 \times x$, $2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 \times x = 720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이다.
 $\therefore x = 2 \times 3 = 6$

19. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1\}$ 일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 30보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가?
[배점 4, 중중]

- ① 6개 ② 7개 ③ 8개
④ 9개 ⑤ 10개

해설

$12 = 2^2 \times 3$
12와 \square 의 공약수가 1, 즉 서로소이므로 \square 는 30미만의 자연수 중 2와 3의 배수가 아닌 수이므로 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29의 10개이다.

20. 두 집합 A , B 에 대하여

$A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \times 3^2 \times 5 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 6

해설

$A \cap B$ 는 주어진 두 수의 공약수이다.
 $36 = 2^2 \times 3^2$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3^2
공약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

21. 어떤 자연수에 12를 곱하여, 45와 60의 공배수가 되게 하려고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 15

해설

45와 60의 최소공배수는 180이다. 12를 곱하여 180이 나오는 수는 15이다.

22. 다음 중 $2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 공배수인 것은?
[배점 4, 중중]

- ① 30 ② 100 ③ 150
④ 210 ⑤ 420

해설

$2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이므로 420 의 배수를 찾는다.

23. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
또한,
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$ 이다.

24. 세계문화유산인 경주 유적지 탐방에 참가한 남학생 수와 여학생 수의 최대공약수는 12, 최소공배수는 36 이라고 한다. 남학생이 여학생보다 24 명 많다고 할 때, 탐방에 참가한 전체 학생 수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

> 48

해설

여학생을 x 명, 남학생을 $x + 24$ 명이라고 하면
(두 수의 곱) = (최대공약수) \times (최소공배수) 이므로
 $12 \times 36 = x \times (x + 24)$, $x = 12$ 이다.
따라서 $12 + 36 = 48$ 이다.

25. 서로 다른 세 수 32, 80, a 의 최대공약수가 16 일 때, a 의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수를 모두 구하여라.
[배점 5, 중상]

- > 16
> 48
> 64
> 96

해설

16) $\begin{array}{r} 32 \quad 80 \quad a \\ \underline{2 \quad 5 \quad \square} \end{array}$
세 수를 16 으로 나눈 몫이 각각 2, 5, \square 이고,
최대공약수는 16 을 만족하여야 한다.
따라서 a 는 16 의 배수가 되는 두 자리 자연수이다.
또한 \square 안에 들어갈 수는 1, 3, 4, 6 이므로 (서로 다른 세 수 이므로 2 와 5 는 안된다.)
 a 의 값은 각각 16, 48, 64, 96 이다.