

확인 C

1. 다음 두 수의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

36, 48

[배점 2, 하중]

- ① 2×3 ② 2×3^2 ③ $2^2 \times 3^2$
 ④ $2^4 \times 3$ ⑤ $2^4 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 36 = 2^3 \times 3^2$ $\therefore 48 = 2^4 \times 3$

따라서 최소공배수는 $2^4 \times 3^2$ 이다.

2. 안에 알맞은 수를 써넣어라.

18의 소인수분해 : $\square \times \square \times \square$

24의 소인수분해 : $\square \times \square \times \square \times \square$

최대공약수 : $\square \times \square$

[배점 2, 하중]

> 2

> 3

> 3

> 2

> 2

> 2

> 3

> 2

> 3

해설

18의 소인수분해 : $2 \times 3 \times 3$

24의 소인수분해 : $2 \times 2 \times 2 \times 3$

최대공약수 : 2×3

3. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 6, 최소공배수는 132 일때, $A - B$ 를 구하여라. (단, $A > B$)

[배점 3, 하상]

> 126

> 54

해설

두 자연수를 $6a, 6b$

(단, a, b 는 서로소, $a > b$)라고 하면,

최소공배수 $132 = 6 \times 22 = 6 \times a \times b$

$a \times b = 22$ 이므로

$a = 22, b = 1$ 일 때 $A = 132, B = 6,$

$a = 11, b = 2$ 이면 $A = 66, B = 12$ 이다.

따라서 $A - B = 132 - 6 = 126$

또는 $A - B = 66 - 12 = 54$

4. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

> 9

> 45

해설

두 자연수를 $A = 9 \times a, B = 9 \times b$

($a < b, a$ 와 b 는 서로소)라 하면

$405 = 9 \times 9 \times a \times b \quad \therefore a \times b = 5$

$\therefore (a, b) = (1, 5)$

따라서 $A = 9, B = 9 \times 5 = 45$ 이다,

5. 108, 135 의 최대공약수는?

[배점 3, 하상]

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3, 135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

6. 두 수 $2 \times 3^2, 3 \times 5^2$ 의 최소공배수는?

[배점 3, 하상]

① $2^2 \times 5$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

$2 \times 3^2, 3 \times 5^2$

최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 8 과 27 는 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례: 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

8. 다음 중 8 과 서로소가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 9

해설

6 과 8 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.

9. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
- ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3개 이다.

10. $X = \{a, b\}$ 에서 a, b 의 최대공약수는 7, 두 수의 곱이 588 일 때, 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
- ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

a, b 의 최대공약수가 7 이므로
 $a = 7x, b = 7y$ (x, y 는 서로소, $x < y$) 라 하면
 $7x \times 7y = 588$ 이다. 따라서 $x \times y = 12$
 즉, (x, y) 는 (1, 12), (3, 4) 이므로 (a, b) 는
 (7, 84), (21, 28) 이다.
 따라서 $X = \{7, 84\}$ 또는 $X = \{21, 28\}$ 이므로
 집합 X 는 2 개이다.

11. 두 수의 곱이 $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, 두 수의 최소공배수는? [배점 3, 중하]

- ① $2 \times 3 \times 7$ ② $2^2 \times 3^3 \times 7$
 ③ $2 \times 3^2 \times 7$ ④ $2 \times 3^3 \times 7$
 ⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times (\text{최소공배수})$
 최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

12. 두 자연수의 곱이 540 이고 최대공약수가 6 일 때, 최소공배수는? [배점 3, 중하]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 80 ⑤ 90

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $540 = 6 \times (\text{최소공배수})$
 따라서 최소공배수는 90 이다.

13. 선미는 아버지께 자전거를 선물 받았는데 자전거의 자물쇠는 비밀번호로 잠가지게 되어 있다. 자물쇠의 비밀번호는 막내 이모, 엄마, 나의 나이인 26, 36, 12 의 최소공배수의 각 자리의 숫자로 정하였다. 자물쇠의 비밀번호로 가능한 가장 큰 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

 864

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 26 \quad 36 \quad 12} \\ 2 \overline{) 13 \quad 18 \quad 6} \\ 3 \overline{) 13 \quad 9 \quad 3} \\ \quad 13 \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 3 = 468$ 이다.

자물쇠의 비밀번호는 4, 6, 8 로 이루어져 있고, 그 중 가장 큰 수는 864 이다.

14. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스

$$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

키위 1박스

$$2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$$

오렌지 1박스

$$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$$

바나나 1박스

$$2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$$

오렌지 1박스

$$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$$

[배점 3, 중하]

 바나나

해설

$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 :

$$2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 23100$$

→ 거봉 1 박스의 가격 23100 원

$2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18900$

→ 키위 1 박스의 가격 18900 원

$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$ 의 최소공배수 :

$$2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 21000$$

→ 오렌지 1 박스의 가격 21000 원

$2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 :

$$2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12600$$

→ 바나나 1 박스의 가격 12600 원

15. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

 4 개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면

11, 13, 17, 19 의 4 개이다.

따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

16. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ 7, 11

㉡ 8, 15

㉢ 9, 21

㉣ 15, 22

㉤ 12, 60

㉥ 11, 121

[배점 3, 중하]

 3 개

해설

㉢ 9, 21 의 최대공약수는 3 이므로 서로소가 아니다.

㉤ 12, 60 의 최대공약수는 12 이므로 서로소가 아니다.

㉥ 11, 121 의 최대공약수는 11 이므로 서로소가 아니다.

따라서 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 ㉠, ㉡, ㉣ 의 3 개이다.

17. a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

해설

a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같다는 것은 a 와 12 의 최소공배수가 12 이라는 뜻이므로 a 와 12 의 최소공배수가 12 가 나오기 위해서는 a 가 12 의 약수가 되어야 한다.
24 는 12 의 약수가 아니고 a 가 24 가 될 경우 24 와 12 의 최소공배수는 24 이므로 24 가 아니다.

18. 두 자리의 자연수 A, B 의 최대공약수가 8, 최소공배수가 120 일 때, 이 두 수의 합을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 15 ③ 16
④ 64 ⑤ 128

해설

$A = 8a, B = 8b$ (a, B 는 서로소)로 놓으면,
 $120 = 8 \times 15 = 8 \times a \times b, a \times b = 15$
 A, B 가 두 자리 자연수이므로
 $a = 3, b = 5$ 또는 $a = 5, b = 3$ 이다.
어느 경우든 두 수는 24, 40 이므로 그 합은 64 이다.

19. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

[배점 4, 중중]

- ① 2^2 ② 2×5 ③ $2^2 \times 5^2$
④ $2 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$250 = 2 \times 5^3, 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5, 960 = 2^6 \times 3 \times 5$
이므로 최대공약수는 2×5

20. 15, 18, 30 의 최소공배수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

 90

해설

$15 = 3 \times 5$
 $18 = 2 \times 3^2$
 $30 = 2 \times 3 \times 5$
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
 $\therefore 90$

21. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2^3 \times 3 \times 7 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 180 \text{의 약수}\}$ 일 때,
 $(A \cup B) - (A^c \cup B^c)$ 의 원소들의 합을 구하여라.
 [배점 4, 중중]

 28

해설

$(A \cup B) - (A^c \cup B^c) = A \cap B$ 이므로
 구하고자 하는 값은 $2^3 \times 3 \times 7$ 과 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
 의 공약수의 합이다.
 $2^3 \times 3 \times 7$ 과 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는
 $2^2 \times 3$ 이므로
 공약수의 합은 $1 + 2 + 3 + 2^2 + 2 \times 3 + 2^2 \times 3 = 28$
 이다.

22. 세 자연수 $2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2^3 \times 3^3 \times 5$, $2^4 \times 3^2 \times 7$ 의
 공약수가 아닌 것은?
 [배점 4, 중중]

① 1 ② $2^3 \times 3$ ③ 18

④ $2^3 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공약수는 최대공약수의 약수, 최대공약수를 구하면
 $2^3 \times 3^2$
 따라서 ④ $2^3 \times 3 \times 5$ 는 공약수가 아니다.

23. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

① 48 의 소인수는 2, 3 이다.

② 22 과 35 는 서로소이다.

③ 90 의 소인수는 3 개이다.

④ 143 은 소수이다.

⑤ 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

해설

④ $143 = 11 \times 13$ 으로 소인수분해되므로 소수가
 아니다.

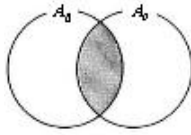
24. 어떤 자연수를 3 으로 나누니 18 와 24 의 공배수가
 되었다. 어떤 자연수가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하
 여라.
 [배점 4, 중중]

 216

해설

18 과 24 의 최소공배수는 72 이다. 3 으로 나누어서
 72 가 되는 수는 $72 \times 3 = 216$ 이다.

25. 집합 $A_n = \{x|x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 라 하면 $A_6 = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $A_9 = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 배수}\}$ 이다. 아래 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합을 A_k 라 할 때, k 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

> 18

해설

$A_6 \cap A_9$ 는 6 과 9 의 공배수이다. 따라서 6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$ 이다.

26. 200 과 $2^2 \times x$ 의 최대공약수가 20 일 때, x 의 값은?
[배점 5, 중상]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이고 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로
 $x = 5$

27. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

> 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로
 $a = 3^2 = 9$

28. 세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 이고 최소공배수가 360 일 때, 나눗셈을 이용하여 세 자연수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

> 36

> 72

> 120

해설

세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 일 때, 원래의 세 자연수를 $3 \times a, 6 \times a, 10 \times a$ 라고 하면

$$\begin{array}{r} a) \quad 3 \times a \quad 6 \times a \quad 10 \times a \\ 2) \quad 3 \quad 6 \quad 10 \\ 2) \quad 3 \quad 3 \quad 5 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수는 $a \times 2 \times 3 \times 5 = 30 \times a$ 이다.

세 수의 최소공배수가 360 이므로 $30 \times a = 360$ 이고, a 는 12 이다.

따라서 세 자연수는 $3 \times 12 = 36, 6 \times 12 = 72, 10 \times 12 = 120$ 이다.

29. 두 수 $2 \times 3 \times 5^\square$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^\square \times 3^\square \times 5^2 \times 7^\square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 숫자들의 곱을 구하여라. [배점 5, 중상]

> 8

해설

$2 \times 3 \times 5^\square$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3^2 \times 5^\square \times 7^2$ 이다.

또, $2 \times 3 \times 5^\square$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^\square \times 3^\square \times 5^2 \times 7^\square$ 이므로 위에서 구한 최소공배수와 비교해 보면 $2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$ 이다.

따라서 $\square$ 안에 들어가는 수는 차례대로 2, 1, 2, 2 이고, 구하는 값은 8 이다.

30. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1\}$ 을 만족한다. 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 5, 중상]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 12

해설

$A \cap B$ 는 8과 a 의 공약수의 집합이고, 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수와 같다.

주어진 조건에서 $A \cap B = \{1\}$ 이므로 8과 a 의 최대공약수는 1이다. 즉, 8과 a 는 서로소이다.

한편, 8과 12의 최대공약수는 4이므로 서로소가 아니다.

따라서 a 의 값이 될 수 없는 것은 12이다.

31. 두 자연수 $84 \times a$ 와 $2^2 \times 7 \times 10 \times a$ 의 공약수가 12 개일 때 최소의 a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

> 3

해설

$$84 \times a = 2^2 \times 3 \times 7 \times a, 2^2 \times 7 \times 10 \times a = 2^3 \times 5 \times 7 \times a$$

두 수의 최대공약수는 $2^2 \times 7 \times a$,

공약수의 개수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로

최대공약수는 $2^3 \times 7^2$ 또는 $2^2 \times 7^3$ 또는 $2^2 \times 7 \times x$ (단, x 는 2, 7이 아닌 소수)이다.

최소의 a 값이므로 $a = 3$ 이다.

32. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$21 \times x = 3 \times 7 \times x, 15 \times x = 3 \times 5 \times x$$

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로

최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 꼴이어야 한다.

따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9의 4 개이다.

33. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 가장 작은 소수는 2 이다.
- ② 100 과 243 는 서로소이다.
- ③ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수는 소수이다.
- ④ 두 자연수가 서로소가 아니면 두 자연수는 소수가 아니다.
- ⑤ 10 보다 작은 자연수 중에서 소수는 4 개이다.

해설

③ 반례: 3 과 4 는 서로소이지만 4 는 소수가 아니다.

34. 24 , 36 , x 세 자연수의 최대공약수가 12 일 때, 최소 공배수 360 일 때 세 자연수의 합을 구하여라.

[배점 5, 상하]

> 120

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $x = 2^2 \times 3 \times n$,
 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $n = 5$ 이다.
 $\rightarrow x = 60$
 $\therefore$ (세 자연수의 합) = 120

35. 자연수 x, y 에 대하여 x, y 의 최대공약수는 (x, y) , 최소공배수는 $[x, y]$ 로 나타내기로 한다. $(a, b, c) = 7$, $(a, b) = 14$, $[a, b] = 84$, $(b, c) = 21$, $[b, c] = 126$ 일 때, $[a, b, c]$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

> 252

해설

$(a, b, c) = 7 \rightarrow a, b, c$ 는 인수 7 을 가진다.
 $(a, b) = 14 \rightarrow a, b$ 는 인수 2, 7 을 가진다.
 $(b, c) = 21 \rightarrow b, c$ 는 인수 3, 7 을 가진다.
 $\rightarrow b$ 는 인수 2, 3, 7 을 가진다.
 $[b, c] = 126 \rightarrow b$ 의 인수 2 의 지수는 1 이다.
 $[a, b] = 84 \rightarrow a = 2^2 \times 7$, $b = 2 \times 3 \times 7$,
 $(b, c) = 21$, $[b, c] = 126 \rightarrow c = 3^2 \times 7$
 $\therefore [a, b, c] = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$