

실력 확인 문제

1. 세 자연수 5, 6, 8 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수를 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① 111 ② 122 ③ 148
④ 162 ⑤ 180

해설

5, 6, 8로 나누면 모두 2가 남는 어떤 수를 x 라 하면 $x - 2$ 는 5, 6, 8의 공배수이다. 5, 6, 8의 최소공배수는 120이므로 $x - 2$ 는 120, 240, 360, ... 이다. 따라서 x 는 122, 242, 362, ... 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 122이다.

2. 다음 중 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x$ 는 한 자리의 홀수}
② $\{x \mid x$ 는 10 이하의 홀수}
③ $\{x \mid x$ 는 5 이하의 자연수 중 2로 나누었을 때 나머지가 1인 수}
④ $\{x \mid x$ 는 5보다 작은 홀수}
⑤ $\{x \mid x$ 는 1보다 큰 한 자리의 홀수}

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
② $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
④ $\{1, 3\}$
⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

3. 세 집합 A, B, C 에 대하여
 $A = \{13, 15, 17, 19\}$, $B = \{x \mid x$ 는 12 이상 20 이하의 홀수},
 $C = \{x \mid x$ 는 13보다 크고 21보다 작은 홀수} 일 때,
다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A \subset B$ ② $A \not\subset C$ ③ $B \subset A$
④ $B \subset C$ ⑤ $C \subset B$

해설

$$C \subset A = B$$

4. 다음과 같은 두 수 ㉠, ㉡이 있다.

$$\textcircled{1} 49 \quad \textcircled{2} 10101_{(2)}$$

㉠ - ㉡의 값을 이진법으로 옳게 나타낸 것을 골라라.
[배점 3, 중하]

- ① $10110_{(2)}$ ② $10111_{(2)}$ ③ $11001_{(2)}$
④ $11100_{(2)}$ ⑤ $11111_{(2)}$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{2} : 10101_{(2)} &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 16 + 4 + 1 \times 21 \\ \therefore \textcircled{1} - \textcircled{2} &= 49 - 21 = 28 \\ 28 &= 16 + 8 + 4 = 2^4 + 2^3 + 2^2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 = 11100_{(2)} \end{aligned}$$

5. 다음 두 자연수의 최소공배수가 96 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$8 \times a, 12 \times a$

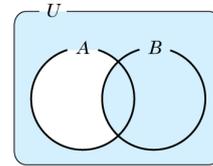
[배점 3, 중하]

▶ 16

해설

$$\begin{array}{r} 8 \times a = 2^3 \times a \\ 12 \times a = 2^2 \times 3 \times a \\ \hline \text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times a = 96 \\ \text{최대공약수} : 2^2 \times a \\ a = 96 \div 8 \div 3 = 4 \\ \text{따라서 최대공약수는 } 2^2 \times a = 16 \text{ 이다.} \end{array}$$

6. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 22, n(A) = 10, n(B) = 17, n(A \cup B) = 20$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



[배점 3, 중하]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

색칠된 부분이 나타내는 집합은 $(A - B)^C$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 17 - n(A \cap B) = 20 \\ \therefore n(A \cap B) &= 7 \\ n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = 10 - 7 = 3 \\ \therefore n((A - B)^C) &= n(U) - n(A - B) = 22 - 3 = 19 \end{aligned}$$

7. 다음 보기에서 집합에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $n(\{0\}) = 1$
- ㉡ $\{1, 2\} \supset \{2, 1\}$
- ㉢ $\{2, 4, 6, 8, \dots\} \supset \{2, 4, 6\}$
- ㉣ $n(\{2, 3, 5, 7\}) = n(\{0, \{\emptyset\}, \emptyset, \{0\}\})$
- ㉤ $n(\{1, 10\} \{1, 10\}) = 4$

[배점 4, 중중]

해설

㉤ $n(\{1, 10\} \{1, 10\}) = 3$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ㉠ $\{4, 5\}$
- ㉡ $\{2, 4, 5, 6\}$
- ㉢ $\{x|x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ㉣ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
- ㉤ $\{x|x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.
 ㉣ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supset 4$

9. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ㉠ 1 개 ㉡ 2 개 ㉢ 3 개
- ㉣ 4 개 ㉤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{10-2-7} = 2^1 = 2$ (개)

10. 집합 $A = \left\{ x \mid \frac{11}{x} = 5 \text{인 자연수} \right\}$ 의 부분집합의 개수는?
 [배점 4, 중중]

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개
 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$A = \emptyset$
 모든 집합의 부분집합에는 \emptyset 과 자기 자신이 포함되는데 \emptyset 은 \emptyset 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개

11. 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a : b : c = 2 : 3 : 7$ 이 성립하고 세 자연수의 최소공배수가 546 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.
 [배점 4, 중중]

➤ 156

해설

세 자연수를 $2 \times x, 3 \times x, 7 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \ 2 \times x \ 3 \times x \ 7 \times x \\ \underline{\quad 2 \quad 3 \quad 7} \\ x \times 2 \times 3 \times 7 = 546 \\ x = 13 \end{array}$$

 따라서 세 자연수는 26, 39, 91 이므로 세 자연수의 합은 156 이다.

12. 두 자연수 a, b 에 대하여 $2 \times 5^a \times 11^b$ 의 약수가 12 개 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

➤ 3

해설

$(1+1) \times (a+1) \times (b+1) = 12$
 $(a+1) \times (b+1) = 6$
 $a+1 = 2, b+1 = 3$ 또는 $a+1 = 3, b+1 = 2$
 $a = 1, b = 2$ 또는 $a = 2, b = 1$
 $\therefore a+b = 1+2 = 3$

13. 두 집합 $A = \{a-1, a+2, 8\}, B = \{3, 6, b\}$ 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
 [배점 5, 중상]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$A = B$ 이므로
 $a-1 = 3$ 에서 $a = 4, b = 8$
 $\therefore a+b = 12$

14. 다음을 보고, $n(A)$ 를 구하여라.

$$A = \left\{ x \mid x = \frac{60}{n}, x \text{와 } n \text{은 모두 자연수} \right\}$$

[배점 5, 중상]

> 12

해설

x 가 자연수가 되려면 n 은 60 의 약수가 되어야 한다.

$n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$ 일 때,

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

$\therefore n(A) = 12$

15. 다음은 현수네 반 학생 40 명을 대상으로 조사한 내용이다. 보기의 내용 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답2개)

자장면을 좋아하는 학생 : 22 명
 짬뽕을 좋아하는 학생 : 12 명
 두 가지 다 좋아하지 않는 학생 : 8 명

[배점 5, 중상]

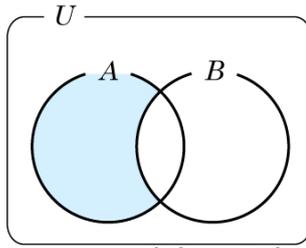
- ① 자장면 또는 짬뽕을 좋아하는 학생은 $40 - 8 = 32$ 명이다.
- ② 두 가지를 다 좋아하는 학생은 $22 + 12 - 32 = 2$ 명이다.
- ③ 자장면과 짬뽕을 좋아하는 학생들의 집합을 각각 A, B 라 하면 둘 다 좋아하는 학생들의 집합은 $A \cup B$ 라고 표현 할 수 있다.
- ④ 자장면 또는 짬뽕을 좋아하는 학생은 전체 학생 수보다 많다.
- ⑤ 자장면을 A , 짬뽕을 B 라 하면 둘 다 좋아하지 않는 학생은 $(A \cup B)^c$ 라고 표현 할 수 있다.

해설

③ 자장면과 짬뽕 둘 다 좋아하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이다.

④ $n(A \cup B) \leq n(U)$ 이다.

16. 다음 중 벤다이어그램의 색칠한 부분을 나타낸 것은?



[배점 5, 중상]

- ① A^c ② $B - A^c$ ③ $A \cap B^c$
 ④ $A \cup B^c$ ⑤ $B \cap A^c$

해설

$$A \cap B^c = A - B$$

17. 이진법으로 나타낸 수 $101a1b_{(2)}$ 가 6의 배수일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

6의 배수이려면 2의 배수와 3의 배수이어야 한다.

$101a1b_{(2)}$ 이 짝수이려면 $b = 0$ 이다.

$$101a10_{(2)} = 1 \times 32 + 1 \times 8 + a \times 4 + 1 \times 2 + 0 = 32 + 8 + 4a + 2$$

$$= 42 + 4a$$

$a = 1$ 일 때, $42 + 4 = 46$ 이므로 3의 배수가 아니다.

$a = 0$ 일 때, $42 + 0 = 42$ 이므로 3의 배수이다.

$$\therefore a = 0, b = 0$$

18. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 12, n(B) = 10, n(C) = 9, n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 15, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

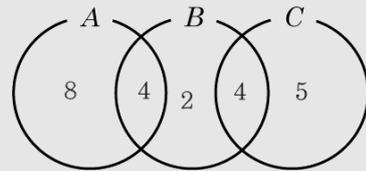
> 23

해설

$n(A) = 12, n(B) = 10, n(C) = 9, n(B \cup C) = 15$ 이므로

$$n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$$

$A \cap C = \emptyset$ 이므로 벤다이어그램을 그려보면



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$$

19. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 25 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10, n(B^c) = 10, n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

> 7

해설

$n(U) = 25$ 이므로

$$n(B) = n(U) -$$

$$n(B^c) = 25 - 10 =$$

$$15$$

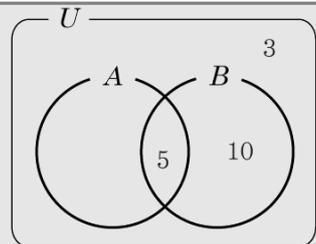
$$A^c \cap B = B - A \text{ 이}$$

므로

$$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$$

$$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$$

벤다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.



20. 우리 반 학생 36 명 중 개를 키우는 학생은 15 명, 고양이를 키우는 학생은 18 명이다. 개만 키우는 학생이 8 명일 때, 개도 고양이도 키우지 않는 학생의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

 10 명

해설

우리 반 학생의 집합을 U , 개를 키우는 학생의 집합을 A , 고양이를 키우는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 36, n(A) = 15, n(B) = 18$$

$$n(A - B) = 8$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \text{ 이므로}$$

$$8 = 15 - n(A \cap B), n(A \cap B) = 7$$

$$n(A \cup B)$$

$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 7 = 26$$

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 26 = 10$$