

확인 테스트

1. $3^2 \times 5^3$ 으로 소인수분해되는 자연수의 약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

> 12 개

해설

$3^2 \times 5^3$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)이다.

2. 다음에서 소수를 모두 찾아라.

5 9 11 15 49

[배점 2, 하중]

> 5

> 11

해설

주어진 수에서 5, 11 은 소수이고 나머지는 모두 합성수이다.

3. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

[배점 3, 하상]

① $2^3 \times 3^2 \times 5$

② $2^3 \times 3^2$

③ $2^4 \times 3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3 \times 5$

⑤ $2^4 \times 5$

해설

제일 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2 가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

4. 자연수 180 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면? [배점 3, 하상]

① 15

② 18

③ 24

④ 25

⑤ 30

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5, 2 \times 3 \times 5 = 30$

5. a 가 자연수일 때, $f(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.

$A = \{x | x \text{는 } 1 \leq x \leq 150 \text{이고, } f(x) = 3\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$f(x) = 3$ 에서 약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로 150 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2$ 의 5 개
 $\therefore n(A) = 5$

6. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는? [배점 3, 하상]

- ① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 20

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$
 곱해야할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

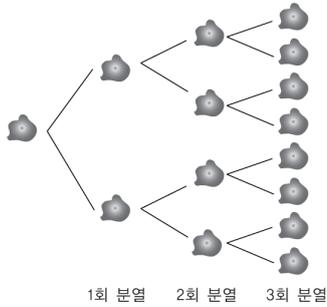
7. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

> 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로 가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

8. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



[배점 3, 중하]

- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
 ④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는 $1 + 2 = 3$ (마리)가 된다. 아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여 $2 \times 2 = 4$ (마리)가 더 생성된다. 따라서 총 마리수는 $1 + 2 + 2^2 = 7$ (마리)가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$ (마리)가 된다. 이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수 (마리)
1회 분열	7
2회 분열	9
3회 분열	3
4회 분열	1
5회 분열	7
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리수가 50 마리 이상이 된다.

9. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 5^8 ② $2^2 \times 3^5$
 ③ $5^2 \times 11 \times 19$ ④ $3^5 \times 5^2$
 ⑤ $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $8 + 1 = 9$ (개)
 ② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)
 ③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
 ④ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)
 ⑤ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)

10. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은? [배점 3, 중하]

- ① $8, 3^3$ ② $21, 5 \times 7$
 ③ $45, 2^2 \times 3$ ④ $100, 2^{10}$
 ⑤ $72, 3 \times 5 \times 7^2$

해설

- ① $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이고, 3^3 의 약수의 개수도 $3 + 1 = 4$ (개)이다.
 ② $21 = 3 \times 7$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이고, 5×7 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이다.
 ③ $45 = 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이고, $2^2 \times 3$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.
 ④ $100 = 2^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)이고, 2^{10} 의 약수의 개수는 $10 + 1 = 11$ (개)이다.
 ⑤ $72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이고, $3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수의 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

11. 다음 수 중에서 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

1 2 5 9 13 15 19 26 52 [배점 3, 중하]

 4개

해설

주어진 수 중에서 소수는 2, 5, 13, 19 이다.

12. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최댓값은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2) 252 \\ 2) 126 \\ 3) 63 \\ 3) 21 \\ 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값 중에서 가장 큰 자연수는 A = 7 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

13. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라 할 때, a + b 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 15 ② 30 ③ 50 ④ 60 ⑤ 75

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$, 세 번째로 큰 수는 $2^2 \times 5 = 20$ 이므로, $30 + 20 = 50$ 이다.

14. 60 에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A + B$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

➤ 45

해설

$$60 \times A = B^2$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } A = 3 \times 5 = 15$$

$$2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2$$

$$B = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\therefore A + B = 45$$

15. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $2^4 = 8$

㉡ $5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢ $3^2 = 2^3$

㉣ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉤ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉤ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$