

확인 테스트

1. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $2^3 \times 3^4$ ② $2^2 \times 7^5$ ③ $3^2 \times 5 \times 7$
 ④ $3^3 \times 7$ ⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개)이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)
 ② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)
 ③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
 ④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)
 ⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

2. 소인수분해를 이용하여 50 의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$$50 = 2^a \times 5^b \quad \text{약수의 개수 : } (a + 1) \times (b + 1) = c \quad (\text{개})$$

[배점 2, 하중]

- ① 1, 2, 3 ② 1, 2, 6 ③ 2, 4, 8
 ④ 2, 5, 8 ⑤ 3, 4, 5

해설

50 을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.

또한 50 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)이므로 $c = 6$ 이다.

따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

3. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 10 과 같다. ② 5 의 제곱이다.
 ③ 지수는 5 이다. ④ 밑은 2 이다.
 ⑤ 2^5 보다 크다.

해설

① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.

③ 지수는 2 이다.

④ 밑은 5 이다.

⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

4. 다음은 소인수분해에 관하여 학생들이 나눈 대화의 일 부분이다. 안에 신지가 어떻게 말하는 것이 옳은지 적어 보아라.

신지 : 10 은 2×5 로 소인수분해 할 수 있어.
 예원 : 맞아, 비슷한 방식으로 44 은 4×11 로 소인수분해 할 수 있어.
 하림 : 어, 그런데 예원이 네 말은 좀 이상해. 4 는 소수가 아니잖아.
 예원 : 아, 4 는 2 로 또 나누어 떨어지는구나.
 신지 : 아하, 그럼 44 의 소인수분해는 구나.

[배점 2, 하중]

 $2^2 \times 11$

해설

$$44 = 4 \times 11 = 2 \times 2 \times 11 = 2^2 \times 11$$

5. 720 의 약수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① $2^3 \times 3 \times 5$ ② 2×5 ③ $3^2 \times 5$
 ④ $2^4 \times 3^3$ ⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720 의 약수는 $(2^4 \text{ 의 약수}) \times (3^2 \text{ 의 약수}) \times (5 \text{ 의 약수})$ 이다.

6. 다음 중 200 의 약수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 2×5 ② $2^2 \times 5^2$ ③ 2×5^3
 ④ $2^3 \times 5$ ⑤ 5^2

해설

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

200 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③

7. a 가 자연수일 때, $f(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.

$A = \{x | x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 100 \text{ 이하이고, } f(x) = 3\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

 4

해설

$f(x) = 3$ 에서 약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로

100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 의 4 개

$$\therefore n(A) = 4$$

8. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수:

$$(3+1) \times (2+1) = 12$$

$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수:

$$(2+1) \times (1+1) \times (x+1) = 12$$

$$\therefore x = 1$$

9. 180 의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

➤ 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180 의 약수의 개수:

$$(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$$

$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수:

$$(1+1) \times (2+1) \times (a+1) = 18$$

$$\therefore a = 2$$

10. 자연수 140 을 소인수분해했더니 $2^a \times b \times c$ 이고 약수의 개수는 d 개이다. $d - b - c + a$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

➤ 2

해설

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$ 이므로

약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ 개

$$a = 2, b = 5, c = 7, d = 12$$

$$\therefore d - b - c + a = 2$$

11. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3 \times 11$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$2^3 \times 3^2 \times 11$	99	$2^3 \times 3^3 \times 11$
$3^5 \times 11$	32	$2^4 \times 3^3$
100	$2 \times 3^3 \times 11^2$	$2^3 \times 11$
3×7	121	$3^2 \times 11$

[배점 3, 중하]

➤ ㄱ

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 , 3^3 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 11의 약수는 1, 11 이다.

또 $32 = 2^5$, $100 = 2^2 \times 5^2$, $121 = 11^2$, $99 = 3^2 \times 11$ 이다.

$2^4 \times 3^3 \times 11$ 의 약수를 찾아 색칠하면 다음과 같다.

$2^3 \times 3^2 \times 11$	99	$2^3 \times 3^3 \times 11$
$3^5 \times 11$	32	$2^4 \times 3^3$
100	$2 \times 3^3 \times 11^2$	$2^3 \times 11$
3×7	121	$3^2 \times 11$

12. 다음 중 180 의 약수는? [배점 3, 중하]

- ① $2^3 \times 5$ ② $3^2 \times 7$
 ③ $2^2 \times 3 \times 5$ ④ $3^3 \times 5 \times 7$
 ⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

13. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 5^8 ② $2^2 \times 3^5$
 ③ $5^2 \times 11 \times 19$ ④ $3^5 \times 5^2$
 ⑤ $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개) 이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $8+1=9$ (개)
 ② $(2+1) \times (5+1) = 18$ (개)
 ③ $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)
 ④ $(5+1) \times (2+1) = 18$ (개)
 ⑤ $(1+1) \times (1+1) \times (3+1) = 16$ (개)

14. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은? [배점 3, 중하]

- ① $8, 3^3$ ② $21, 5 \times 7$
 ③ $45, 2^2 \times 3$ ④ $100, 2^{10}$
 ⑤ $72, 3 \times 5 \times 7^2$

해설

① $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3+1=4$ (개) 이고, 3^3 의 약수의 개수도 $3+1=4$ (개) 이다.

② $21 = 3 \times 7$ 이므로 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) = 4$ (개) 이고, 5×7 의 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) = 4$ (개) 이다.

③ $45 = 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개) 이고, $2^2 \times 3$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개) 이다.

④ $100 = 2^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이고, 2^{10} 의 약수의 개수는 $10+1=11$ (개) 이다.

⑤ $72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개) 이고, $3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 12$ (개) 이다.

15. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $19^3 \times 31$ ② 2×5^4
 ③ $3^2 \times 7 \times 11$ ④ $3^2 \times 11^2 \times 13$
 ⑤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $(3+1) \times (1+1) = 8$ (개)
 ② $(1+1) \times (4+1) = 10$ (개)
 ③ $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)
 ④ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)
 ⑤ $9+1 = 10$ (개)

16. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	데	돈	이	다	심

[배점 3, 중하]

> 그래도지구는돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 '그래도지구는돈다' 이다.

17. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

> 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)600} \\ 2 \overline{)300} \\ 2 \overline{)150} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 360 \text{의 소인수}\}$,

집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 420 \text{의 소인수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $n(A) = 24$ ② $n(B) = 3$
 ③ $n(A - B) = 0$ ④ $n(A \cap B) = 2$
 ⑤ $A = B$

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.

③ $n(A - B) = n(\emptyset) = 0$

19. 다음 중 336 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $2^3 \times 6 \times 7$ ② $2^2 \times 3 \times 7^2$
 ③ $2^4 \times 3 \times 7$ ④ $2^2 \times 3^3 \times 7$
 ⑤ $4^2 \times 3 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 336} \\ 2 \overline{) 168} \\ 2 \overline{) 84} \\ 2 \overline{) 42} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \\ 336 = 2^4 \times 3 \times 7 \end{array}$$

20. 72를 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되면서 3의 배수는 되지 않도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.
[배점 4, 중중]

➤ 18

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

따라서 $x = 2 \times 3^2 = 18$

21. 다음 중 소수인 것은 모두 몇 개인가?

13 32 57 83 97 171

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

소수인 것은 13, 83, 97 이다. 따라서 3 개이다.

22. 자연수 160 에 n 을 곱하면 자연수의 제곱이 된다고 한다. 이 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.(단, n 은 50 미만의 자연수이다.)
[배점 4, 중중]

➤ 50

해설

$$\begin{aligned} 160 \times n &= 2^5 \times 5 \times n = m^2 \text{ 이라 하면} \\ \text{가장 작은 } n &= 2 \times 5 \\ \text{따라서 } n \text{ 이 될 수 있는 50 미만의 수는} \\ 2 \times 5 &= 10 \\ 2 \times 5 \times 2^2 &= 40 \\ \therefore 10, 40 \\ \therefore 10 + 40 &= 50 \end{aligned}$$

23. $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

> 4

해설

(준식) $= x^2 \times y^3 \times z$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 1$ 이다.

따라서 $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$ 이다.

24. $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

> 108

해설

5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이고, 3×7 의 약수는 1, 3, 7, 3×7 이므로 표를 이용하여 약수를 구하면 다음과 같다.

$\times$	1	5	5^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 5 = 5$	$1 \times 5^2 = 25$
3	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 5 = 15$	$3 \times 5^2 = 75$
7	$7 \times 1 = 7$	$7 \times 5 = 35$	$7 \times 5^2 = 175$
3×7	$3 \times 7 \times 1 = 21$	$3 \times 7 \times 5 = 105$	$3 \times 7 \times 5^2 = 525$

즉, 1, 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35, 75, 105, 175, 525

따라서 $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수 $a = 3$ 이고, 세 번째로 큰 수 $b = 3 \times 5 \times 7 = 105$ 이므로 $a + b = 3 + 105 = 108$ 이다.

25. $28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$ 을 만족하는 자연수 z 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)
[배점 5, 중상]

> 196

해설

$$28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$$

$28 \times x$ 와 $\frac{588}{y}$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면
 $28 \times 7 \times x = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y}$ 에서
 $2^2 \times 7 \times x = z^2$ 을 만족하는 x 는 7, 7×2^2 , 7×3^2 , 7×4^2 , ... 이고

이에 따른 z 의 값은 $2^2 \times 7^2$, $2^4 \times 7^2$, $2^2 \times 3^2 \times 7^2$, $2^6 \times 7^2$, ... 이다.

$\frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} = z^2$ 을 만족하는 y 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 , $2^2 \times 3 \times 7^2$ 이고

이에 따른 z 의 값은 $2^2 \times 7^2$, 7^2 , 2^2 , 1 이다.

따라서 두 식을 동시에 만족하는 값은

$x = 7, y = 3, z = 196$ 이다.