

test001

1. 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 집합 B 가 될 수 없는 것은?

(단, 소수는 1 보다 큰 자연수 중에 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) [배점 3, 하상]

- ① $\{x|x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 10 \text{이하의 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 10 \text{이하의 소수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ② $\{1, 3, 5, 15\}$
- ③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- ④ $\{2, 3, 5, 7\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5\}$

2. 두 집합 $A = \{2, 5\}$, $B = \{5, a\}$ 가 서로 같을 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

➤ 2

해설

두 집합 A, B 가 서로 같으므로 $\{2, 5\} = \{5, a\}$
따라서 $2 = a$

3. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 고르면?

보기

- ㉠ $A \cap B^c = \emptyset$
- ㉡ $A^c - B^c = A$
- ㉢ $A \subset B$
- ㉣ $A \cup B = B$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡

해설

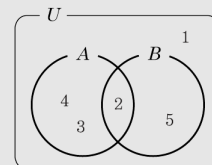
$A \cap B = A$ 이므로 $A \subset B$ 이다.
따라서 ㉡ $A^c - B^c \neq A$ 이다.

4. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{5\}$, $A^c \cap B^c = \{1\}$ 일 때, 집합 A 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{2\}$
- ② $\{3\}$
- ③ $\{2, 3\}$
- ④ $\{2, 4\}$
- ⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{2, 3, 4\}$ 이다.

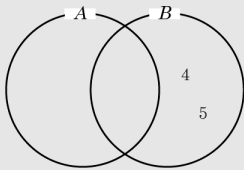


5. 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B - A = \{4, 5\}$ 일 때, 집합 A 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{1\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{1, 2\}$
 ④ $\{1, 2, 3\}$ ⑤ $\{4, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 이다.



6. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $B \cap A^c = A - B$ ② $A \cap U = U$
 ③ $A^c = U - A$ ④ $A \cap \emptyset = U$
 ⑤ $A \cup U = A$

해설

- ① $B \cap A^c = B - A$
 ② $A \cap U = A$
 ④ $A \cap \emptyset = \emptyset$
 ⑤ $A \cup U = U$

7. 미란이는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{2, 6\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{2, 3, 4, b\}$, $B = \{3, a, 5, 7\}$ 을 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

> $a + b = 10$

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{2, 6\}$ 이므로 $b = \{6\}$ 이다. $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = \{4\}$ 이다. 따라서 $a + b = 10$ 이다.

8. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

> 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

9. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cup (B \cup C))$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

 10

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$, $C = \{3, 6, 9\}$ 이다.

$(B \cup C) = \{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 30\}$ 이고 이와 A 의 합집합을 구하면 $\{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30\}$ 이다.

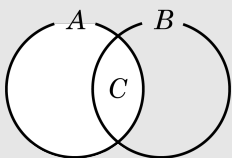
따라서 원소의 개수는 10 개이다.

10. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 A, B, C 사이의 포함 관계로 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ ② $A \subset C$ ③ $B \subset C$
④ $B \subset A$ ⑤ $C \subset B$

해설



$A = \{4, 8, 12, \dots\}$, $B = \{6, 12, 18, \dots\}$,
 $C = \{12, 24, 36, \dots\}$

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

(단, 소수는 1보다 큰 자연수 중에 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) [배점 4, 중중]

- ① $4 \in A$
② $\emptyset \in A$
③ $\{3, 7\} \in A$
④ $\{x \mid x = 2 \times n, n = 1, 2, 3, 4\} \subset A$
⑤ $A \subset \{2, 3, 5, 7\}$

해설

- ① $4 \notin A$
② $\emptyset \subset A$
③ $\{3, 7\} \subset A$
④ $\{2, 4, 6, 8\} \not\subset A$
⑤ $A \subset \{2, 3, 5, 7\}$

12. $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합을 모두 구하여라. [배점 4, 중중]

- > $\emptyset$
- > $\{0\}$
- > $\{1\}$
- > $\{2\}$
- > $\{0, 1\}$
- > $\{0, 2\}$
- > $\{1, 2\}$
- > $\{0, 1, 2\}$

해설

- (1) 원소의 개수가 0 개인 것 : $\emptyset$
- (2) 원소의 개수가 1 개인 것 : $\{0\}, \{1\}, \{2\}$
- (3) 원소의 개수가 2 개인 것 : $\{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}$
- (4) 원소의 개수가 3 개인 것 : $\{0, 1, 2\}$

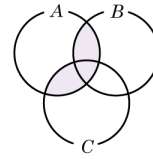
13. 집합 $A = \{2, 4, 8, 16, 22\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 4 의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 12 개 ② 24 개 ③ 28 개
- ④ 34 개 ⑤ 36 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ 개이고, 이 중에서 4 의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 2, 22 으로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ 개이다. $\therefore 32 - 4 = 28$

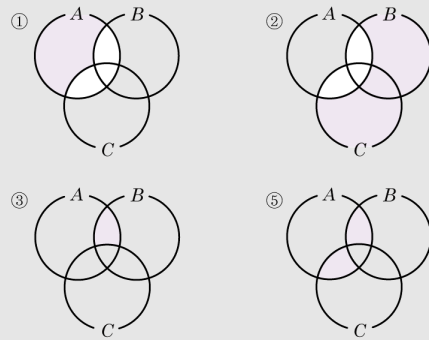
14. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 4, 중중]

- ① $A - (B \cup C)$
- ② $(B \cup C) - A$
- ③ $B - (A \cap C)$
- ④ $A \cap (B \cup C)$
- ⑤ $A - (B \cap C)$

해설



15. 미진이네 반 학생들은 백일장에서 수필 또는 시를 써서 제출하였다.

미진이네 반 46 명의 학생 중에서 수필을 쓴 학생이 26 명, 시를 써서 제출한 학생이 19 명, 백일장에 참석하지 못한 학생이 4 명이다. 수필과 시를 모두 같이 제출한 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

➤ 3 명

해설

수필을 쓴 학생을 집합 A 라 하고, 시를 써서 제출한 학생을 집합 B 라 한다.

백일장에 참석하지 못하여 시나 수필을 쓰지 못한 학생이 4 명이므로 합집합의 원소의 개수는 $46 - 4 = 42(\text{개})$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$42 = 26 + 19 - x$$

$$x = 3$$

16. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 15 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A \cap B^c = \{3, 5\}, B - A = \{7, 11\}, A \cap B = \{13, 15\}$ 일 때, $(A \cup B)^c$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{1\}$ ② $\{7\}$ ③ $\{9\}$
 ④ $\{1, 7\}$ ⑤ $\{1, 9\}$

해설

$$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}, A \cap B^c = \{3, 5\}, B - A = \{7, 11\}, A \cap B = \{13, 15\}$$

이므로 $(A \cup B)^c = \{1\}$ 이다.

17. 세 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}, X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라. [배점 5, 중상]

➤ 5

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.

따라서 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\} = X, n = 5$ (최솟값)

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = X,$

$n = 10$ (최댓값)

$$\therefore 10 - 5 = 5$$

18. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 가 되지 않는 경우를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A \subset C$	㉡ $A = C$
㉢ $C \subset A$	㉣ $A = B$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣
 ③ ㉠, ㉡, ㉣ ④ ㉠, ㉢, ㉣
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉣

해설

㉠ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $A = B = C$ 가 아니어도 항상 $A \subset C$ 이다.
 ㉢ $A = B \subset C$ 일 때, $C \subset B$ 인지 알 수 없으므로 $A = B = C$ 가 아니다.

19. 두 집합 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $C = \{x + y | x \in A, y \in B\}$ 로 정의한다. 집합 C 의 부분집합의 개수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$y \backslash x$	0	1	2
1	1	2	3
2	2	3	4

표에 의하여 $C = \{1, 2, 3, 4\}$ 이므로 C 의 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$ 이다.

20. 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$ 일 때, 집합 $B = \{x | x = a + b, a \in A, b \in A\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

➤ 32 개

해설

$b \backslash a$	-1	0	1
-1	-2	-1	0
0	-1	0	1
1	0	1	2

표에 의하여 $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 이므로 B 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이다.

21. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, c, e, f\}$, $A \cap B = \{a, c, e\}$ 가 성립할 때 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\{a, b, c, d, e\}$ ② $\{a, b, c, e\}$
 ③ $\{a, b, c, d\}$ ④ $\{a, c, d, e\}$
 ⑤ $\{a, c, e\}$

해설

$\{a, c, e\} \subset B \subset \{a, b, c, d, e, f\}$ 이므로 집합 B 는 원소 a, c, e 는 반드시 포함하는 집합이다.

따라서 ③은 B 가 될 수 없다.

22. 집합 $A = \{x | 15 < x < 30, x = 3n + 2 \text{ (} n \text{은 자연수)}\}$ 라고 할 때, 적어도 한 개의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 8 개 ② 16 개 ③ 24 개
 ④ 32 개 ⑤ 40 개

해설

$A = \{17, 20, 23, 26, 29\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ 개 이고, 이 중에서 짝수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 17, 23, 29 으로 만든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ 개이다. $\therefore 32 - 8 = 24$

23. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A^C \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$, $B - A = \{3, 9, 12\}$, $A^C \cap B^C = \{6\}$ 일 때, $n(A)$ 는? [배점 5, 중상]

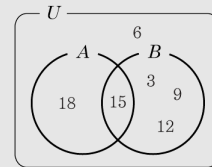
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이다.

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{15, 18\}$ 이다.

따라서 $n(A) = 2$ 이다.



24. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 이므로 남은 원소는 2, 5 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

25. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합 $A = \{x | 0 < x \leq 10 \text{인 홀수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 두 자리의 소수}\}$, $C = \{x | x \text{는 3의 배수}\}$
 에 대하여
 $A - \{(A^c \cup B^c \cup C) \cap (A^c \cup B \cup C)\}$ 의 모든 원소의
 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

> 13

해설

$$\begin{aligned}
 A &= \{1, 3, 5, 7, 9\}, \\
 B &= \{11, 13, 17, 19, 23, \dots, 97\}, \\
 C &= \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \dots\}, \\
 A - \{(A^c \cup B^c \cup C) \cap (A^c \cup B \cup C)\} \\
 &= A - \{(A^c \cup C) \cup (B^c \cap B)\} \\
 &= A - (A^c \cup C) = A \cap (A^c \cup C)^c \\
 &= A \cap (A \cap C^c) = (A \cap C^c) \\
 &= A - C \\
 &= \{1, 5, 7\}
 \end{aligned}$$

26. 집합 $A = \{x | x \text{는 20보다 작은 2의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 20보다 작은 4의 배수}\}$ 가 있다.
 이 때, $X - A = \emptyset$, $X \cap B = \emptyset$ 를 만족하는 집합 X
 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

> 32개

해설

$$\begin{aligned}
 A &= \{x | x \text{는 20보다 작은 2의 배수}\} \\
 &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\} \\
 B &= \{x | x \text{는 20보다 작은 4의 배수}\} \\
 &= \{4, 8, 12, 16\} \\
 X - A = \emptyset &\Rightarrow X \subset A, X \cap B = \emptyset \rightarrow \text{집합 } X \text{ 는} \\
 &\text{원소 4, 8, 12, 16 을 반드시 포함하지 않는다.} \\
 &\text{따라서 집합 } X \text{ 의 개수는 } 2^{9-4} = 32 \text{ (개)}
 \end{aligned}$$