

실력 확인 문제

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 28, n(B) = 35, A \cap B = \emptyset$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

➤ 63

해설

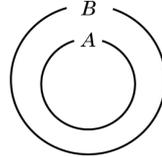
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cup B) = 28 + 35 - 0 = 63$$

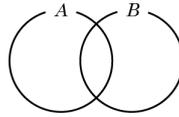
2. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{미만의 홀수}\}$ 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 하상]

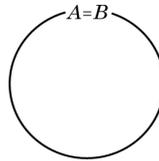
①



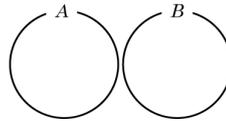
②



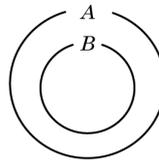
③



④



⑤



해설

$A = \{1, 3, 9\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로

$A \subset B, A \neq B$

3. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 32 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset \subset A$
- ② $16 \notin A$
- ③ A 는 무한집합이다.
- ④ $n(A) = 5$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} \subset A$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$
 ① \emptyset 는 모든 집합의 부분집합
 ② $16 \in A$
 ③ A 는 유한집합
 ④ $n(A) = 6$
 ⑤ $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\} \subset A$

4. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 35$, $n(A \cup B)^c = 2$, $n(A^c) = 11$, $n(B) = 18$ 일 때, $n((A \cap B)^c)$ 은? [배점 3, 중하]

- ① 9 ② 24 ③ 26 ④ 33 ⑤ 35

해설

$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 2 = 33$
 $n(A) = n(U) - n(A^c) = 35 - 11 = 24$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 24 + 18 - n(A \cap B) = 33$
 $\therefore n(A \cap B) = 42 - 33 = 9$
 $n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B) = 35 - 9 = 26$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 집합 B 가 집합 A 에 포함되고, $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 10 ④ 22 ⑤ 32

해설

$B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$, $A \cap B = B$
 $\therefore n(A) - n(B) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29 - 7 = 22$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $n(A) = 14$, $n(B) = 31$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 7 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$
 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 31 - 14 = 17$

7. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 15 \text{미만의 소수}\}$, $B = \{11, 13, a, a+1\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 일 때, a 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 5 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 이므로 $6 \in B$
 (i) $a = 6$ 일 때,
 $B = \{6, 8, 11, 13\}$
 $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 11, 13\}$ (×)
 (ii) $a + 1 = 6$ 일 때,
 $a = 5$ 이므로 $B = \{5, 6, 11, 13\}$
 $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$
 따라서 $a = 5$ 이다.

8. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$
 ③ $n(A) = 5$ ④ $\{4\} \subset A$
 ⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

9. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $x \subset A$, $x \neq A$ 인 집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

$A = \{3, 6, 9\}$ 이고, x 는 A 의 진부분집합이다. 따라서 x 의 개수는 $2^3 - 1 = 7$ (개)이다.

10. 집합 $A = \{(a, b) | a \times b = 9, a, b \text{는 자연수}\}$ 일 때, 집합 $n(A)$ 를 바르게 구한 것은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$1 \times 9 = 3 \times 3 = 9 \times 1 = 9$ 이므로 원소나열법으로 나타내면 $A = \{(1, 9), (3, 3), (9, 1)\}$ 이다.
 $\therefore n(A) = 3$

11. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$
- ㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 0$
- ㉢ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$
- ㉣ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
- ㉤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = \{4\}$

[배점 5, 중상]

- ㉠
- ㉡

해설

- ㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 1$
- ㉢ A 와 B 집합의 원소 개수가 같아도 원소는 다를 수 있다.
- ㉤ $4 - 3 = 1$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 20$, $n(A^c \cap B) = 12$, $n(A \cup B) = 48$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

16

해설

$$A^c \cap B = B - A$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(A^c \cap B)$$

$$48 = 20 + n(A \cap B) + 12$$

$$\therefore n(A \cap B) = 16$$

13. 두 집합 $A = \{1, a^2, 8\}$, $B = \{2, a + 2, 3a\}$ 에서 $A - B = \{1, 8\}$ 일 때 a 의 값은? (단, $a > 0$ 인 정수)

[배점 5, 상하]

- ㉠ 1
- ㉡ 2
- ㉢ 3
- ㉣ 4
- ㉤ 5

해설

$A = \{1, a^2, 8\}$, $B = \{2, a + 2, 3a\}$, $A - B = \{1, 8\}$ 이므로 $a^2 = 2$ 또는 $a^2 = a + 2$ 또는 $a^2 = 3a$ 이다.

주어진 조건 $a > 0$ 인 정수를 만족하는 a 는 $a^2 = 3a$ 에서 $a = 3$ 과 $a^2 = a + 2$ 에서 $a = 2$ 이다.

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 다른 하나는? [배점 5, 상하]

- ㉠ $A \cap B$
- ㉡ $A \cup \emptyset$
- ㉢ $(A \cap B) \cap A$
- ㉣ $A - B$
- ㉤ $A - B^c$

해설

㉣ $A - B = \emptyset$

15. 집합 $A_k = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $A_2 \cap A_4 \cap A_{16} = A_{16}$

② $A_3 \cup A_6 \cup A_9 = A_3$

③ $A_4 \cup A_{12} = A_4$

④ $A_6 \cup A_{12} = A_6$

⑤ $A_9 \cap A_{18} = A_9$

해설

⑤ $A_9 \cap A_{18} = A_{18}$