

# 단원 종합 평가

1. 집합  $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$  에서 원소 1은 포함되고 동시에 원소 4는 포함하지 않는 부분집합의 개수는?  
[배점 3, 중하]

- ① 4개                      ② 6개                      ③ 8개  
④ 10개                    ⑤ 12개

## 해설

집합  $A$  에서 원소 1과 4를 제외한 부분집합의 개수와 같다.  
 $\therefore 2^{4-2} = 2^2 = 4$

3. 두 집합  $A = \{4, 5, a-1\}, B = \{b-3, 6, 8\}$  에 대하여  $A \cap B = \{4, 6\}$  일 때,  $\frac{b}{a}$  의 값을 구하여라.  
[배점 3, 중하]

> 1

## 해설

$A \cap B = \{4, 6\}$  이므로  $\{4, 6\} \subset \{4, 5, a-1\}, \{4, 6\} \subset \{b-3, 6, 8\}$  이다.  
그러면  $a-1 = 6, b-3 = 4$  가 되어  $a = 7, b = 7$  이다.  
따라서  $\frac{b}{a} = \frac{7}{7} = 1$  이다.

2. 다음 중 두 집합이 서로 같지 않은 것은?  
[배점 3, 중하]

- ①  $\{1, 2\}$  와  $\{2, 1\}$   
②  $\{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$  와  $\{1, 2, 4, 8\}$   
③  $\{x | x \text{는 짝수}\}$  와  $\{x | x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$   
④  $\{9, 11, 13, \dots\}$  와  $\{x | x \text{는 } 7 \text{보다 큰 홀수}\}$   
⑤  $\{\text{과학, 수학}\}$  과  $\{x | x \text{는 학교에서 배우는 과목}\}$

## 해설

- ①  $\{1, 2\} = \{2, 1\}$   
②  $\{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\}$   
③  $\{x | x \text{는 짝수}\} = \{x | x \text{는 } 2 \text{의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$   
④  $\{x | x \text{는 } 7 \text{보다 큰 홀수}\} = \{9, 11, 13, \dots\}$   
⑤  $\{\text{과학, 수학}\} \subset \{x | x \text{는 학교에서 배우는 과목}\}$

4. 다음은 창완이와 지혜의 대화이다.  안에 알맞은 수를 모두 써넣어라.

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!  
 지혜 : 무엇을 구했는데?  
 창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20이 답이야.  
 지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?  
 창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.  
 지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.  
 창완 : 그렇지! 그럼 공약수는  이구나.

[배점 3, 중하]

- ☒ 1
- ☒ 2
- ☒ 4
- ☒ 5
- ☒ 10
- ☒ 20

해설

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!  
 지혜 : 무엇을 구했는데?  
 창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20이 답이야.  
 지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?  
 창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.  
 지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.  
 창완 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20 이구나.

$20 = 2^2 \times 5$  이고,  $2^2$ 의 약수는 1, 2,  $2^2$ , 5의 약수는 1, 5이므로 이들을 각각 곱하면 20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다.

5. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 원소의 개수가 2개인 부분집합 중 원소의 합이 5인 집합은 몇 개 인가?

[배점 4, 중중]

- ☒ ① 2개      ② 3개      ③ 4개
- ④ 5개      ⑤ 6개

해설

원소의 개수가 2개인  $A$ 의 부분집합 :  
 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$   
 이 중 원소의 합이 5인 집합은  $\{1, 4\}, \{2, 3\}$  이다.

6. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $n(U) = 40$ ,  
 $n(B - A) = 12$ ,  $n(A) = 15$ ,  $n(A \cap B) = 6$  일 때,  
 $n((A \cup B)^c)$  는? [배점 4, 중중]

- ① 10      ② 11      ③ 12      ☒ ④ 13      ⑤ 14

해설

$n(B) - n(A \cap B) = n(B - A)$  이므로  $n(B) = n(A \cap B) + n(B - A) = 6 + 12 = 18$  이다.  
 따라서  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 6 = 33 - 6 = 27$  이다.  
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 27 = 13$  이다.

7. 두 집합  $A = \{3, 5, a+1\}$ ,  $B = \{5, a+1, 2 \times a+1, 16\}$ 에 대하여  $A \cap B = \{8\}$ 일 때,  $(A - B) \cup (B - A)$ 는? [배점 4, 중중]

- ①  $\{3, 5, 7, 9\}$                       ②  $\{3, 4, 5, 7\}$   
 ③  $\{3, 5, 8, 11\}$                       ④  $\{3, 5, 11, 15, 16\}$   
 ⑤  $\{3, 5, 8, 11, 15\}$

해설

$A \cap B = \{8\}$  이므로  $a+1 = 8, a = 7$  이다.  
 따라서  $A = \{3, 5, 8\}$ ,  $B = \{8, 11, 15, 16\}$  이므로  
 $(A - B) \cup (B - A) = \{3, 5\} \cup \{11, 15, 16\} = \{3, 5, 11, 15, 16\}$  이다.

8. 가로와 세로의 길이가 각각 120cm, 200cm 인 직사각형의 가로와 세로를 등분하여 만들 수 있는 정사각형 중에서 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오. [배점 4, 중중]

➤ 40 cm

해설

가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 120 과 200 의 최대공약수다.  
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$   
 $200 = 2^3 \times 5^2$  이므로  
 구하는 한 변의 길이는  $2^3 \times 5 = 40(\text{cm})$

9. 집합  $A = \{x | x \text{는 } 15 \text{미만의 소수}\}$ 에 대하여  $n(A \cap B) = 2$  이고  $B - A = \emptyset$  인 집합  $B$ 의 개수로 알맞은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 3 개                      ② 6 개                      ③ 9 개  
 ④ 12 개                      ⑤ 15 개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ ,  $B - A = \emptyset$  이면  $B \subset A$   $\therefore A \cap B = B$   
 $n(B) = n(A \cap B) = 2$   
 $\therefore$  집합  $B$ 는 원소의 개수가 2 개인 집합  $A$ 의 부분 집합이므로  
 $\{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{2, 11\}, \{2, 13\}, \{3, 5\},$   
 $\{3, 7\}, \{3, 11\}, \{3, 13\}, \{5, 7\}, \{5, 11\}, \{5, 13\},$   
 $\{7, 11\}, \{7, 13\}, \{11, 13\}$   
 따라서  $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15(\text{개})$  이다.

10. 집합  $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 5를 포함하는 부분집합의 개수가 32개일 때,  $n$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

해설

집합  $A$ 의 원소의 개수는  $n$ 개 이므로 원소 2, 5를 포함하는 부분집합의 개수는  
 $2^{n-2} = 32 = 2^5 \quad \therefore n = 7$

11. 다음  안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

- ㉠  $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$
- ㉡  $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$
- ㉢  $A \subset \{1, 2, 3\}$  이고  $n(A) = 2$  를 만족하는 집합은  $\square$  개이다.

[배점 5, 중상]

 8

해설

- ㉠  $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$
- ㉡  $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$
- ㉢  $A \subset \{1, 2, 3\}$  이고  $n(A) = 2$  를 만족하는 집합  $A$  는  $\{1, 2\}$ ,  $\{1, 3\}$ ,  $\{2, 3\}$  의 3개  
따라서,  $4 + 1 + 3 = 8$

12. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ㉠  $A \cap B = A$  이면  $n(A) < n(B)$
- ㉡  $A \cap B = \emptyset$  이면  $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
- ㉢  $A - B = \emptyset$  이면  $A = B$
- ㉣  $A \cup B = B$  이면  $B - A = \emptyset$
- ㉤  $A \cap B^c = A$  이면  $n(A \cap B) = 0$

해설

- ㉠  $A \cap B = A$  이면  $n(A) \leq n(B)$
- ㉢  $A - B = \emptyset$  이면  $A \subset B$
- ㉣  $A \cup B = B$  이면  $A \subset B$  이므로  $A - B = \emptyset$

13. 두 자연수  $A, B$  에서  $A \times B$  의 값이 1440 이고, 최대 공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?  
[배점 5, 중상]

- ① 11                      ② 36                      ③ 72  
④ 84                      ⑤ 108

해설

최소공배수를  $L$  이라 하면  $1440 = 12 \times L$  이므로  
 $L = 120$   
 $\begin{matrix} 12) & A & B \\ & a & b \end{matrix} 12 \times a \times b = 120$   
 $a \times b = 10$  (단,  $a, b$  는 서로소)  
 $A = 12 \times a, B = 12 \times b$  이고  $A > B$  라 하면  
 $a = 10, b = 1$  또는  $a = 5, b = 2$   
 ( i )  $a = 10, b = 1$  일 때  
 $A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$   
 ( ii )  $a = 5, b = 2$  일 때  
 $A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$   
 따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

14. 집합  $A = \{x | x \text{는 } 11_{(2)} < x < 1101_{(2)} \text{인 홀수}\}$  일 때,  
 $n(A)$  를 알맞게 구한 것은? [배점 5, 중상]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

해설

$11_{(2)} = 3, 1101_{(2)} = 13$  이므로 3 과 13 사이의 홀수를 구하면, 5, 7, 9, 11 로 4 개이다.

15. 자연수 전체의 집합  $N$  의 부분집합인 집합  
 $A = \{a | a \in A \text{이면 } 48 \div a \in A, a \text{는 자연수}\}$  의 모든  
 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

> 124

해설

$A = \{a | a \in A \text{이면 } 48 \div a \in A, a \text{는 자연수}\}$  조  
 건으로 집합  $A$  의 원소는 48 의 약수라는 것을 알  
 수 있다.  
 48 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48  
 이므로  
 집합  $A$  의 모든 원소의 합은  $1 + 2 + 3 + 4 + 6 +$   
 $8 + 12 + 16 + 24 + 48 = 124$

16. 자연수 전체의 집합  $N$  의 부분집합  $A =$   
 $\{x | 0 < x \leq 10 \text{인 홀수}\},$   
 $B = \{x | x \text{는 두 자리의 소수}\}, C = \{x | x \text{는 3의 배수}\}$   
 에 대하여  
 $A - \{(A^c \cup B^c \cup C) \cap (A^c \cup B \cup C)\}$  의 모든 원소의  
 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

> 13

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\},$   
 $B = \{11, 13, 17, 19, 23, \dots, 97\},$   
 $C = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \dots\},$   
 $A - \{(A^c \cup B^c \cup C) \cap (A^c \cup B \cup C)\}$   
 $= A - \{(A^c \cup C) \cup (B^c \cap B)\}$   
 $= A - (A^c \cup C) = A \cap (A^c \cup C)^c$   
 $= A \cap (A \cap C^c) = (A \cap C^c)$   
 $= A - C$   
 $= \{1, 5, 7\}$

17. 집합  $A_k = \{x | x \text{는 } k \text{의 약수}, k \text{는 자연수}\}$  에 대하여  $A_4 \subset (A_{28} \cap A_k)$  를 만족할 때,  $n(A_k)$  가 홀수인 두 자리 자연수  $k$  를 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

- > 16  
> 36  
> 64

해설

$A_4 = \{1, 2, 4\}$ ,  $A_{28} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$  이므로,  
 $A_4 \subset (A_{28} \cap A_k)$  를 만족하려면  $1, 2, 4 \in A_k$   
 $\rightarrow k = 2^2 \times a$   
 또  $n(A_k)$  가 홀수이려면  $k$  는 반드시 어떤 수의 제곱이어야 한다.  
 $\therefore k = 16, 36, 64$

18.  $13^n$  ( $n$  은 자연수)의 일의 자리 수의 모임을 집합  $A$  라 할 때, 집합  $A$  의 부분집합의 개수를  $a$ , 집합  $A$  의 원소의 합을  $b$  라 하면  $a + b$  의 값은? [배점 5, 상하]

- ① 30    ② 34    ③ 36    ④ 38    ⑤ 40

해설

13의 거듭제곱의 일의 자리 수는  
 $3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, \dots$  로 반복된다.  
 그러므로 집합  $A = \{3, 9, 7, 1\}$  이다.  
 $\therefore a = 2^4 = 16, b = 3 + 9 + 7 + 1 = 20$   
 $\therefore a + b = 36$

19. 전체집합  $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  이고, 두 부분 집합  $A = \{a, c, d, e, h\}$ ,  
 $B = \{b, f, h\}$  일 때,  $A^c \cap B$  는? [배점 6, 상중]

- ①  $\{b\}$     ②  $\{f\}$     ③  $\{b, f\}$   
 ④  $\{h\}$     ⑤  $\{b, h\}$

해설

$A^c = \{b, f, g\}$   
 $B = \{b, f, h\}$   
 $A^c \cap B = \{b, f\}$

20. 다음 이진법으로 나타낸 두 수에서 ㉠이 실제로 나타내는 값은 ㉡이 실제로 나타내는 값의 몇 배인지 구하여라.

$$\begin{array}{cc} \underline{101101}_{(2)} & \underline{101101}_{(2)} \\ \textcircled{㉠} & \textcircled{㉡} \end{array}$$

[배점 6, 상중]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 3

해설

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \uparrow & & & & & \\ 2^5 & \text{의 자리} \end{array}$$

$$\therefore \textcircled{㉠} = 1 \times 2^5 = 32$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \uparrow & & & & & \\ 2^3 & \text{의 자리} \end{array}$$

$$\therefore \textcircled{㉡} = 1 \times 2^3 = 8$$

$$\text{따라서 } \textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠} = 8 \div 32 = \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$