실력 확인 문제

1. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

① $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots,\ 998,\ 1000\}$

② $\{x|x$는 42의 약수$\}$

③ $\{x|x$는 50보다 큰 5의 배수$\}$

④ $\{x|2 < x < 4$인 짝수$\}$

⑤ $\{6,\ 12,\ 18,\ 24, \cdots\}$

해설

② $\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 14,\ 21,\ 42\}$
③ $\{55,\ 60,\ 65,\ 70,\ \cdots\}$
④ $\varnothing$

2. 다음 각 집합을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 보기에서 골라라.

보기

㉠ $\{x|x$는 10 이하의 짝수$\}$

㉡ $\{x|x$는 10보다 작은 2의 배수$\}$

㉢ $\{x|x$는 24의 약수$\}$

㉣ $\{x|x$는 18의 약수$\}$

㉤ $\{x|x$는 36의 배수$\}$

(1) $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$
(2) $\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 9,\ 18\}$ [배점 2, 하중]

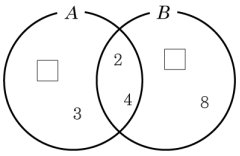
(1) ㉠

(2) ㉣

해설

조건제시법은 집합에 속하는 모든 원소들이 가지는 공통된 성질을 제시하여 나타내는 방법이다.
(1) 집합의 원소들의 공통된 성질은 10 이하의 짝수(2 의 배수) 라는 점이고
(2) 집합의 원소들의 공통된 성질은 18 의 약수라는 점이다.

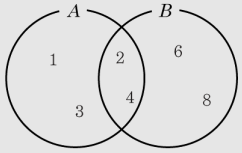
3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A=\{1,2,3,4\}$, $A\cap B=\{2,4\}$, $A\cup B=\{1,2,3,4,6,8\}$ 일 때, 아래 벤 다이어그램의 빈 칸에 들어갈 알맞은 숫자들의 합을 써라.



[배점 2, 하중]

7

해설



1+6=7

4. 두 집합 $A=\{1,2,3,4,6,7\}$, $B=\{1,3,6,9\}$ 에 대하여 $A\cap B$ 와 $A\cup B$ 가 올바르게 짝지어진 것은?

[배점 2, 하중]

① $A\cap B$: $\{1,3\}$, $A\cup B=\{1,2,3,4,6,7,9\}$

② $A\cap B$: $\{1,2,3\}$, $A\cup B=\{1,2,3\}$

③ $A\cap B$: $\{1,2,3,4,6,7,9\}$, $A\cup B=\{1,3,6\}$

④ $A\cap B$: $\{1,3,6\}$, $A\cup B=\{1,2,3,4,6,7,9\}$

⑤ $A\cap B$: $\{1,3,6\}$, $A\cup B$: $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

해설

교집합은 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 에도 속하고, 집합 B 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.
따라서 문제의 두 집합 A, B 에 대하여 $A\cap B=\{1,3,6\}$ 이고 $A\cup B=\{1,2,3,4,6,7,9\}$ 이다.

5. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 25 이하의 3 의 배수$\}$의 두 부분집합 A, B 에 대하여
$A-B = \{9, 21, 24\}$, $B-A = \{3, 15\}$, $A^c \cap B^c = \{12\}$
일 때, 집합 A, B 의 교집합을 구하면?

[배점 3, 하상]

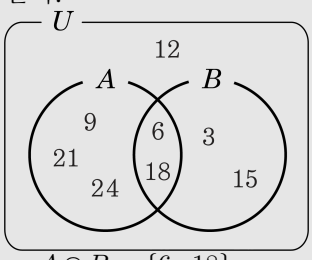
① $\{3, 6\}$ ② $\{3, 6, 12\}$

③ $\{3, 18\}$ ④ $\{6, 12\}$

⑤ $\{6, 18\}$

해설

$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore\ A \cap B = \{6, 18\}$

6. 세 자연수 5, 6, 8 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수를 구하면?

[배점 3, 하상]

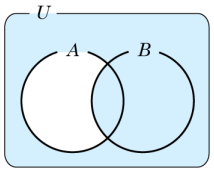
① 111 ② 122 ③ 148

④ 162 ⑤ 180

해설

5, 6, 8로 나누면 모두 2가 남는 어떤 수를 x라 하면 $x-2$는 5, 6, 8의 공배수이다. 5, 6, 8의 최소공배수는 120이므로 $x-2$는 120, 240, 360, $\cdots$ 이다. 따라서 x는 122, 242, 362, $\cdots$ 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 122이다.

7. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 19$, $n(B) = 33$, $n(A^c \cup B^c) = 54$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

› 41 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A - B)^c$ 이다.

$n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B)$ 에서

$54 = 57 - n(A \cap B)$ $\therefore n(A \cap B) = 3$

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 19 - 3 = 16$

$\therefore\ n((A-B)^c) = n(U) - n(A-B) = 57 - 16 = 41$

8. 다음 □ 안에 알맞은 한 자리 자연수의 합은?

보기

$\{x \mid x$는 3의 배수$\} \supset \{x \mid x$는 □의 배수$\}$

[배점 3, 하상]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 15 ⑤ 18

해설

3의 배수는 3, 6, 9, 12, ⋯ 이므로

보기를 만족하는 한 자리의 자연수는 3, 6, 9 이다.

따라서 자연수의 합은 18 이다.

9. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

[배점 3, 하상]

① 1 개 ② 2 개 ③ 4 개

④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로

공약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$

10. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left\{\frac{1}{11}\right\}^3$

11. $A = \{a,\ b,\ c\}$ 일 때, 집합 A의 부분집합의 개수를 써라. [배점 3, 중하]

8 개

해설

집합 A의 부분집합 : $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a,\ b\}$, $\{a,\ c\}$, $\{b,\ c\}$, $\{a,\ b,\ c\}$
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 8 개 이다.

12. 가로의 길이가 16cm, 세로의 길이가 20cm, 높이가 8cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 같은 방향으로 빈 틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

① 70cm ② 80cm ③ 90cm
④ 100cm ⑤ 110cm

해설

가장 작은 정육면체 한 모서리의 길이는 16, 20, 8 의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{r|lll} 2) & 16 & 20 & 8 \\ 2) & 8 & 10 & 4 \\ 2) & 4 & 5 & 2 \\ & 2 & 5 & 1 \end{array}$$

$\therefore\ 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80(\text{cm})$

13. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

① $8015 = 8 \times 10^3 + 1 \times 10 + 5 \times 1$
② $1101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$
③ 십진법은 0 부터 9 까지의 숫자를 사용한다.
④ $1001_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 1$
⑤ $\underline{1}1001_{(2)}$ 에서 밑줄 친 숫자 1 이 실제로 나타내는 값은 8 이다.

해설

④ $1001 = 1 \times 10^3 + 1 \times 1$
⑤ $\underline{1}1011_{(2)}$ 에서 밑줄 친 숫자 1 은 2^4 의 자리이므로 $1 \times 2^4 = 16$ 을 나타낸다.

14. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 3, 중하]

① $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
② $-1 \in B$ 이면 $-1 \in A$ 이다.
③ $A \cap B = B$
④ $A \cup B = B$
⑤ $n(A) \le n(B)$

해설

② $A \subset B$ 이므로 $-1 \in A$ 이면 $-1 \in B$ 이다.
③ $A \cap B = A$
⑤ $n(A) = n(B)$

15. 어떤 자연수로 45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남으므로 어떤 자연수는 42, 56, 84의 공약수이다. 따라서 이 중 가장 큰 자연수는 42, 56, 84의 최대공약수인 14이다.

16. 두 집합 $A = \{ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ\}$, $B = \{ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ\}$ 에 대하여 두 집합 A, B 의 부분집합이 되는 집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 0 개 ② 2 개 ③ 4 개
④ 6 개 ⑤ 8 개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수는 $\{ㄴ, ㄷ, ㄹ\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^3 = 8$ (개)

17. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라. [배점 4, 중중]

- $a = 2$
- $b = 1$
- $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$