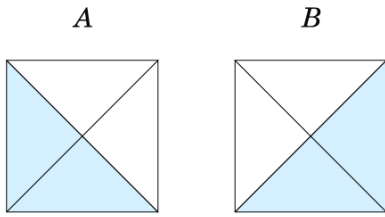


단원 종합 평가

1. 두 집합 A, B 가 다음 그림과 같을 때, $A \cup B$ 를 나타낸 것으로 옳은 것은?



[배점 3, 중하]

- ①

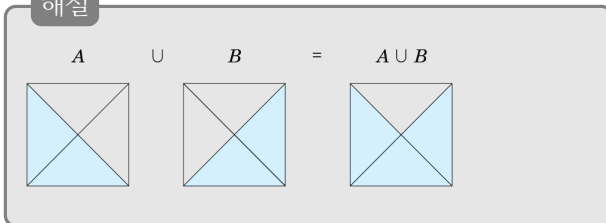
③

⑤

②

④

해설



2. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 중하]

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
- ② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
- ③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
- ④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
- ⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

⑤ ‘긴’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여, 집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 52 \text{의 약수}\}$ 이다. 이를 만족하는 집합 B 로 가 능하지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{13, 26, 52\}$

③ $\{1, 2, 13, 26, 52\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$

② $\{3, 13, 26, 52\}$

④ $\{2, 4, 13, 26, 52\}$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$ 이므로 $\{13, 26, 52\} \subset B \subset (A \cup B)$ 이어야 한다.
 ② $3 \notin A \cup B$

4. 한 모서리의 길이가 $1011_{(2)}$ 인 정팔면체의 겹넓이를
십진법으로 구한 것은? [배점 3, 중하]

- ① $240\sqrt{2}$ ② $242\sqrt{3}$ ③ $250\sqrt{2}$
④ $252\sqrt{3}$ ⑤ $260\sqrt{2}$

해설

$$11101_{(2)} = 11$$

정팔면체의 한 변의 길이 : 11

$$\text{겹넓이} : 11 \times 11 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8 = 121 \times 2\sqrt{3} = 242\sqrt{3}$$

5. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때,
 $(A - B)^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 3\}$
③ $\{1, 2, 5\}$ ④ $\{1, 2, 3, 5\}$
⑤ $\{1, 2, 3, 5, 6\}$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $A - B = \{4\}$ 이다.

따라서 $(A - B)^c = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ 이다.

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 두 자리의 } 30 \text{의 약수}\}$ 에 대한 설명
중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\emptyset$ 는 A 의 부분집합이다.
② $\{10, 12, 15\}$ 은 집합 A 의 부분집합이다.
③ 원소가 하나뿐인 A 의 부분집합은 3 개다.
④ 원소가 3 개인 A 의 부분집합은 1 개다.
⑤ 원소가 4 개인 A 의 부분집합은 없다.

해설

$$A = \{10, 15, 30\}$$

$$\textcircled{2} \{10, 12, 15\} \not\subset A$$

7. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을
모두 고르면? (단, 소수는 1 과 자기 자신만을 약수로
가지는 수이다.) [배점 4, 중중]

- ① $4 \in A$
② $\emptyset \subset A$
③ $\{3, 7\} \in A$
④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\} \subset A$
⑤ $A \subset \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

해설

- ① $4 \notin A$
③ $\{3, 7\} \subset A$
⑤ $A \subset A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

8. 다음 중 소인수분해 한 것으로 옳지 않은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $124 = 2^2 \times 31$ ② $54 = 2 \times 3^3$
 ③ $72 = 2^3 \times 3^3$ ④ $196 = 2^2 \times 7^2$
 ⑤ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

해설

③ $2^3 \times 3^2$

9. 두 집합 $A = \{11, 13\}$, $B = \{9, 11, 13, 15, 17\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

> 8개

해설

집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 원소 11, 13 을 모두 포함하는 집합이므로
 구하는 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

10. 서로 다른 한 자리 소수 a, b, c 에 대하여 $a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해되는 자연수 N 에 3 을 곱하였더니 약수의 개수가 2 배가 되었다. 이때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

> 14

해설

a, b, c 중 3이 있는 경우

$a = 3$ 이라 하면

$$2(l+1)(m+1)(n+1) = (l+2)(m+1)(n+1)$$

$$2l+2 = l+2, l=0$$

l, m, n 은 1 이상인 자연수이므로 a, b, c 중에 3 은 없다.

a, b, c 는 한 자리 소수 2, 3, 5, 7 중에서 3이 아니므로 2, 5, 7이다.

$$\therefore 2 + 5 + 7 = 14$$

11. 7^{100} 을 계산하면 85 자리의 수가 된다. 이 수의 일의 자리의 수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

> 1

해설

7 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 7, 9, 3, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

7의 거듭제곱수	일의 자리 수
$7^1 (=7)$	7
$7^2 (=7 \times 7=49)$	9
$7^3 (=7 \times 7 \times 7=343)$	3
$7^4 (=7 \times 7 \times 7 \times 7=2401)$	1
$7^5 (=7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7=16807)$	7
$\vdots$	$\vdots$

100 은 4 로 나누어 떨어지므로 7^{100} 의 일의 자리의 수는 1 이다.

12. $2^4 < x < 2^5$ 인 자연수 x 를 이진법의 수로 나타내면 n 자리 수가 된다. n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

> 5

해설

$2^4 = 10000_{(2)}$, $2^5 = 100000_{(2)}$ 이므로
 $10000_{(2)} < x < 100000_{(2)}$
 따라서 x 은 5 자리 수이므로 $n = 5$ 이다.

13. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?
 [배점 5, 중상]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$21 \times x = 3 \times 7 \times x$, $15 \times x = 3 \times 5 \times x$
 두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
 공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
 최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는
 a^3 꼴이어야 한다.
 따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

14. 두 수 $2 \times 3 \times 5^{\square}$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가
 $2^{\square} \times 3^{\square} \times 5^2 \times 7^{\square}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 숫자들의 곱을
 구하여라. [배점 5, 중상]

> 8

해설

$2 \times 3 \times 5^{\square}$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수를 구하면
 $2 \times 3^2 \times 5^{\square} \times 7^2$ 이다.
 또, $2 \times 3 \times 5^{\square}$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가
 $2^{\square} \times 3^{\square} \times 5^2 \times 7^{\square}$ 이므로 위에서 구한 최소공배
 수와 비교해 보면 $2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$ 이다.
 따라서 $\square$ 안에 들어가는 수는 차례대로 2, 1, 2, 2
 이고, 구하는 값은 8 이다.

15. 세 집합 A, B, C 가 $n(A) = 7, n(B) = 5, n(C) = 4, n(A - B) = 5, n(B - C) = 4, n(C - A) = 4$ 일
 때, $n(A \cup B \cup C)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

> 13

해설

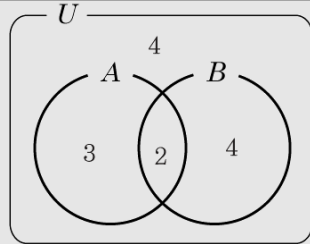
$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 5 \rightarrow n(A \cap B) = 2$
 ,
 $n(B - C) = n(B) - n(B \cap C) = 4 \rightarrow n(B \cap C) = 1$
 ,
 $n(C - A) = n(C) - n(C \cap A) = 4 \rightarrow n(C \cap A) = 0$
 ,
 $n(C \cap A) = 0 \rightarrow n(A \cap B \cap C) = 0$,
 $\therefore n(A \cup B \cup C)$
 $= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C)$
 $- n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$
 $= 7 + 5 + 4 - 2 - 1 - 0 + 0 = 13$

16. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 41 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = 4, n(B^c) = 7, n(A^c \cap B^c) = 4$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(U) = 13$ 이므로
 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 6$
 $A^c \cap B = B - A$ 이므로
 $n(B - A) = n(A^c \cap B) = 4$



$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 4$
 벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 13 - (6 + 4) = 3$ 이다.

17. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 찾아라.

- ㉠ $1 \in A$ ㉡ $3 \in A$
 ㉢ $4 \notin A$ ㉣ $12 \in A$

[배점 5, 상하]

> ㉡

> ㉣

해설

5의 약수는 1, 5이다.

18. 약수의 개수가 12 개인 어떤 자연수 n 을 소인수분해하면 $a^x \times b^y (a \neq b)$ 이다. 이러한 자연수 n 중에서 가장 작은 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

> 72

해설

$a^x \times b^y (a \neq b)$ 가 12 개의 약수를 가지려면,

$$(x+1) \times (y+1) = 12$$

$$\rightarrow (x, y) = (1, 5), (2, 3), (3, 2), (5, 1)$$

따라서, 이러한 x, y 의 값을 만족하는 수 중 가장 작은 수는

$$2 \times 3^5, 2^2 \times 3^3, 2^3 \times 3^2, 2^5 \times 3 \text{ 중 하나이다.}$$

$\therefore$ 자연수 n 중에서 가장 작은 수 = 72

19. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20, n(B) = 16, n(A \cup B) = 30$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 6, 상중]

> 6

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 20 + 16 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 20 + 16 - 30 = 6$$

20. 전체집합 $U = \{x \mid x \leq 1000 \text{인 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2^3 \times 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \times 3^2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 6, 상중]

 13

해설

$2^3 \times 3$ 과 2×3^2 의 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$ 이다.

$A \cap B$

$= \{x \mid x \text{는 } 2^3 \times 3 \text{과 } 2 \times 3^2 \text{의 공배수}\}$

$= \{x \mid x \text{는 } 2^3 \times 3 \text{과 } 2 \times 3^2 \text{의 최소공배수의 배수}\}$

$= \{x \mid x \text{는 } 72 \text{의 배수}\}$

$\therefore 1000 \div 72 = 13 \cdots 64$

따라서 $n(A \cap B) = 13$ 이다.