

단원 종합 평가

1. 우리 반 학생 중에서 형이 있는 학생이 15 명, 누나가 있는 학생이 10 명이고, 형과 누나가 모두 있는 학생이 5 명이다. 형이나 누나가 있는 학생의 수는?

[배점 3, 중하]

- ① 10 명 ② 12 명 ③ 15 명
④ 17 명 ⑤ 20 명

해설

형이 있는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 15$
 누나가 있는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 10$
 형과 누나가 모두 있는 학생은 $A \cap B$ 이므로
 $n(A \cap B) = 5$
 형이나 누나가 있는 학생은 $A \cup B$ 이다.
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 따라
 $= 15 + 10 - 5 = 20$
 서 형이나 누나가 있는 학생은 모두 20 명이다.

2. 네 자리의 이진법의 수를 모두 십진법으로 나타냈을 때, 모두 몇 개의 수가 나오는지 구하여라.

[배점 3, 중하]

 8 개

해설

네 자리의 이진법의 수는 $1000_{(2)}$ 부터 $1111_{(2)}$ 까지의 수이다.
 $1000_{(2)} = 1 \times 2^3 = 8$
 $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 4 + 2 + 1 = 15$
 따라서 $15 - 8 + 1 = 8(\text{개})$ 이다.

3. 어떤 수 a 와 21 의 최소공배수는 84 이고 최대공약수는 7 이다. 정수 a 는? [배점 3, 중하]

- ① 28 ② 21 ③ 12 ④ 4 ⑤ 14

해설

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) \frac{a}{b} \frac{21}{3}} \\ \frac{b}{3} \end{array} \quad (b \text{ 와 } 3 \text{ 은 서로소})$$

 a 와 21 의 최소공배수가 84 이므로
 $7 \times b \times 3 = 84$
 $21b = 84$
 $b = 4$
 $\therefore a = 7b = 7 \times 4 = 28$

4. 다음 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ) $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수는 이다.
 (ㄴ) $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는 이다.

[배점 3, 중하]

- ① $2 \times 3, 2^2 \times 5$ ② $2, 2 \times 3$
 ③ $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$ ④ $2, 2 \times 5$
 ⑤ $2 \times 3, 2 \times 7$

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.
 (ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.
 따라서 차례대로 쓴 것은 $2, 2 \times 5$ 이다.

5. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라. (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

보기

- ㉠ $A \cup B = A$
 ㉡ $A \cap B = A$
 ㉢ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
 ㉣ $n(A) = n(A \cap B)$
 ㉤ $n(A - B) = n(B - A)$
 ㉥ $n(A) - n(B) = 0$

[배점 4, 중중]

> ㉢

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$
 ㉢ $n(A \cup B) = n(A) = n(B)$
 ㉥ $n(A - B) = n(B - A) = 0$

6. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 9 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중 원소가 홀수로만 이루어진 부분집합은 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 4, 중중]

> 15개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 짝수를 제외한 $\{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면
 원소가 0 개인 부분집합 : $\emptyset$
 원소가 1 개인 부분집합 : $\{1\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}$
 원소가 2 개인 부분집합 : $\{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}$
 원소가 3 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}$
 원소가 4 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7\}$
 이고, 이 중 원소가 0 개인 부분집합은 홀수가 한 개도 포함되어 있지 않으므로 원소가 홀수로만 이루어진 부분집합이 아니다.
 따라서 홀수로만 이루어진 부분집합의 개수는 15 개이다.

7. $U = \{x | x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 4, 5\}, B = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $\{(A - B) \cup A\} \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1\}$ ② $\{4\}$ ③ $\{1, 4\}$
 ④ $\{2, 5\}$ ⑤ $\{1, 4, 5\}$

해설

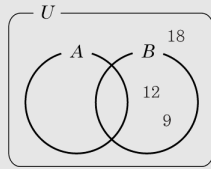
$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A - B = \{1, 4\}$ 이므로
 $\{(A - B) \cup A\} \cap B^c = \{\{1, 4\} \cup A\} - B = \{1, 2, 4, 5\} - \{2, 3, 5\} = \{1, 4\}$ 이다.

8. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 $B - A = \{9, 12\}$ 이고 $(A \cup B)^c = \{18\}$ 일 때, 집합 A 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{3, 6, 9\}$ ② $\{3, 6, 12\}$
 ③ $\{3, 6, 15\}$ ④ $\{6, 12, 15\}$
 ⑤ $\{12, 15, 18\}$

해설

$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로
 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음
 그림과 같으므로 $A = \{3, 6, 15\}$ 이다.



9. 집합 $A = \{2, 4, 6, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 4, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 16 개일 때, n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

> 14

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 2, 4, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-3} 개이다.
 $2^{a-3} = 16 = 2^4$
 $a - 3 = 4$ 이므로 $a = 7$
 따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로 n 의 값은 14이다.

10. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이다. 이 때 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

> 20

해설

$2^{17} \times 5^{20} = 5^3 \times 10^{17}$ 이고, $5^3 = 125$ 이므로 세 자리의 수이다. 따라서 n 은 $3 + 17 = 20$ 이다.

11. $2^6 + 2^6 + 2^3 + 1$ 를 이진법으로 나타냈을 때, 0 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

> 5개

해설

$2^6 + 2^6 + 2^3 + 1 = 2 \times 2^6 + 2^3 + 1 = 2^7 + 2^3 + 1 = 10001001_{(2)}$
 $\therefore 0$ 은 5 개이다.

12. $2^4 \times 3^7 \times 5^5 \times 7^2 \times 10^2$ 을 계산하여 십진법으로 나타낼 때, 마지막 자릿수부터 연속하여 나타나는 0 의 갯수는?
[배점 5, 중상]

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

10 의 거듭제곱이 몇 번 곱해졌는지를 구하면 된다.
 $2^4 \times 3^7 \times 5^5 \times 7^2 \times 10^2 = 3^7 \times 7^2 \times 5 \times 10^6$ 이므로
마지막 자릿수부터 연속하여 나타나는 0 의 개수는 6 개이다.

13. 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 홀수이면 1, 짝수이면 0 이라 하고 주사위를 다섯 번 던져서 이진법으로 나타낸 수를 만들려고 한다. 던져서 나온 순서대로 왼쪽부터 써 나갈 때, 세 번째로 큰 수와 세 번째로 작은 수의 차를 십진법으로 나타내어라. (단, 주사위를 던져 첫 번째 나온 수는 3 이었다.) [배점 5, 중상]

> 11

해설

주사위를 다섯 번 던져서 나올 수 있는 수 중 세 번째로 큰 수는 $11101_{(2)}$, 세 번째로 작은 수는 $10010_{(2)}$ 이다.
 $11101_{(2)} = 29$, $10010_{(2)} = 18$
 $\therefore 29 - 18 = 11$

14. 야구장 관람권 36 장과 축구장 관람권 45 장, 농구장 관람권 54 장을 가능한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 한 명이 받게 되는 관람권은 몇 장 인지 구하여라. [배점 5, 중상]

> 15 장

해설

36, 45, 54 의 최대공약수 : 9
 $\therefore (36 + 45 + 54) \div 9 = 15(\text{장})$

15. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 이고 집합 B 의 개수가 24 개 일 때 집합 A 의 원소의 개수를 x 라 할 때 x 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로
(집합 B 의 갯수)
 $= (U \text{의 부분집합의 갯수}) -$
(A 의 원소를 포함하지 않는 U 의 부분집합의 갯수)
 $= 2^5 - 2^{5-x}$
 $= 32 - 2^{5-x} = 24$
 $\therefore 2^{5-x} = 8 = 2^3$
따라서 집합 A 의 원소는 2 개이다.

16. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 6 의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

> 16 개

해설

$$A = \{x | x \text{는 } 24 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

이고,

이 중 6 의 약수는 1, 2, 3, 6 이다.

따라서 6 의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{8-4} = 16$ (개)

17. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합 $A_n = \{x | x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 이라고 정의한다. 다음 중 옳지 않은 것은 ?

[배점 5, 상하]

① $A_4 \subset A_2$

② $A_6 \subset A_2$

③ $A_2 \cap A_5 = A_{10}$

④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24}$

⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6$

해설

① $A_4 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 4 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.

② $A_6 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 6 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.

③ $A_2 \cap A_5 = A_{10} \rightarrow$ 2 와 5 의 공배수의 집합은 10 의 배수의 집합과 같으므로 옳다.

④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24} \rightarrow A_3 \cap A_4 = A_{12}$ 이므로 $A_{24} \subset A_{12}$ 따라서 틀렸다.

⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6 \rightarrow$ 2 의 배수에서 3 의 배수를 제외한 것은 6 의 배수를 제외한 것과 같으므로 옳다.

18. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$$2^2 \times 3^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

[배점 5, 상하]

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 7$
 ② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
 ③ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 ④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 ⑤ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^2 \times 7 \\ 2 \times 3 \times 5 \times 7 \\ \hline \text{최대공약수 : } 2 \times 3 \times 7 \\ \text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \end{array}$$

19. 두 집합 $A = \{2, 1, a+3, b\}$, $B = \{4, a, b+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

> 6

해설

(i) $a+3=4$ 일 때, $a=1$
 $A = \{2, 1, 4, b\}$
 $B = \{4, 1, b+1\}$
 $b+1=2$, $b=1(\times)$
 (ii) $b=4$ 일 때,
 $A = \{2, 1, a+3, 4\}$
 $B = \{4, a, 5\}$
 $a+3=5$, $a=2(\bigcirc)$
 $\therefore a+b=2+4=6$

20. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

㉠ $5^2 = 25$

㉡ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

㉢ $2^4 = 4^3$

㉣ $\frac{1}{5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{5^2 \times 7^3}$

㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^{12}}$

[배점 6, 상중]

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉢ $2^4 \neq 4^3$

㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^7}$