

단원 종합 평가

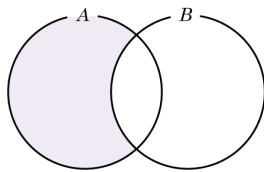
1. 11 이하의 자연수 중에서 3 으로 나누었을 때 나머지가 2 인 수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $2 \notin A$ ② $5 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $10 \in A$ ⑤ $11 \notin A$

해설

- ① $A \in A$
 ④ $10 \notin A$
 ⑤ $11 \in A$

2. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내지 않는 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $A \cap B^c$ ② $A - B$
 ③ $(A \cup B) - B$ ④ $B \cap A^c$
 ⑤ $A - (A \cap B)$

해설

$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B) = (A \cup B) - B$
 이므로 색칠한 부분을 나타내지 않는 것은 ④ 이다.

3. 세 자리의 이진법으로 나타낼 수 있는 수 중에서 2 의 배수를 모두 구하시오. [배점 3, 하상]

> 4

> 6

해설

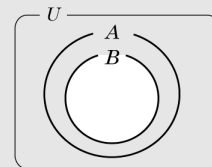
세 자리 이진법으로 나타내는 수 중에서 가장 작은 수는 $100_{(2)} = 4$ 이고, 가장 큰 수는 $111_{(2)} = 7$ 이다.
 그러므로 이 안에 속하는 2 의 배수, 즉 짝수는 4 와 6 이다.

4. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A \cap B = B$ ② $A \supset B$
 ③ $A = B$ ④ $A^c \subset B^c$
 ⑤ $B - A = \emptyset$

해설

$A \cup B = A$ 이므로 $A \supset B$ 이다.
 따라서,



로 나타낼 수 있다.

- ③ $A \neq B$

5. 다음 글을 읽고, 예진이의 친구들 중 키만 150cm 이상인 친구는 모두 몇 명인지 구하여라.

성모 : 친구들 중에 키가 150cm 이상인 친구와 몸무게가 50kg 이상인 친구는 각각 몇 명이니?
 예진 : 키가 150cm 이상인 친구 8명과 몸무게가 50kg 이상인 친구는 6명이야.
 성모 : 키가 150cm 이상이고 몸무게가 50kg 이상인 친구는 몇 명이야?
 예진 : 5명이야. 그럼 내 친구들 중에 키 150cm 이상에 50kg 이 안되는 친구는 모두 몇 명일까?
 성모 : 명

[배점 3, 중하]

> 3

해설

성모의 친구 중 키가 150cm 이상인 친구는 8명, 몸무게가 50kg 이상인 친구는 6명이다.
 따라서 예진이의 친구 중 키만 150cm 이상인 친구는 키가 150cm 이상인 친구 8명중에서 몸무게가 50kg 이상인 친구 5명을 제외한 3명이다.

6. 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ 일 때, a, e 를 반드시 원소로 가지는 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

> 32 개

해설

A 의 부분집합 중 원소 a, e 를 포함한 것이므로 $\{b, c, d, f, g\}$ 의 부분집합에 a, e 를 첨가한 것과 같다.
 따라서 $\{b, c, d, f, g\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)이다.

7. 어떤 수와 32의 최대공약수는 8이고, 최소공배수는 96이다. 어떤 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

> 24

해설

$$\begin{aligned} (\text{어떤 수}) \times 32 &= 8 \times 96 \\ (\text{어떤 수}) &= 24 \end{aligned}$$

8. 호영이네 반에서 A, B 두 문제를 풀게 하였더니 A 를 풀 학생은 19 명, B 를 풀 학생은 23 명이고 적어도 한 문제를 풀 학생은 30 명이었다. 이 때, 두 문제를 모두 풀 학생은 몇 명인가? [배점 4, 중중]

- ① 12명 ② 13명 ③ 14명
④ 15명 ⑤ 16명

해설

A, B 문제를 풀 학생의 집합을 각각 A, B 라 하면
 $n(A) = 19, n(B) = 23$
 적어도 한 문제를 풀 학생 수는 $n(A \cup B) = 30$
 두 문제를 모두 풀 학생 수는 $n(A \cap B)$ 이므로
 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$
 $= 19 + 23 - 30 = 12$

9. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset B$ 이다. 다음 중 $A \subset C$ 가 되는 경우가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset, C = \emptyset$
 ② $B = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\},$
 $C = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 ③ $B = \{x | x \text{는 } 10 \text{보다 큰 짝수}\},$
 $C = \{x | x \text{는 짝수}\}$
 ④ $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 배수}\},$
 $C = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\},$
 $B = \{1, 3, 5, 7\}$

해설

$A \subset B$ 이므로, $B \subset C$ 일 때, $A \subset C$ 의 포함관계가 성립한다.

- ① $A = \emptyset, C = \emptyset$ 이므로 $A \subset C$
 ② $B = \{1, 2, 3, 6\}, C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 이므로 $B \subset C$
 ③ $B = \{12, 14, 16, \dots\}, C = \{2, 4, 6, \dots\}$
 이므로 $B \subset C$
 ④ $A = \{12, 24, \dots\}, C = \{6, 12, 18, \dots\}$ 이
 므로 $A \subset C$
 ⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로
 $A \subset B, A \not\subset C$

10. 다음 수 중에서 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

- ① $10001_{(2)}$ ② $1110_{(2)}$ ③ 20
④ 4^2 ⑤ $21 - 5$

해설

$$10001_{(2)} = 2^4 + 1 = 17, \quad 1110_{(2)} = 2^3 + 2^2 + 2 = 14$$

11. 세 수 48, 72, $2^3 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는? [배점 4, 중중]

- ① 2×3^2 ② $2^3 \times 3$ ③ $2^2 \times 3^2$
④ $2^2 \times 3^2$ ⑤ 2×3^2

해설

$$48 = 2^4 \times 3, \quad 72 = 2^3 \times 3^2, \quad 2^3 \times 3 \times 5 \text{ 이므로}$$

$$\text{최대공약수는 } 2^3 \times 3$$

12. 세 자연수 16, 24, 48 의 공배수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 4, 중중]

> 18 개

해설

16, 24, 48 의 공배수는 48 의 배수이다.

999 까지의 48 의 배수는 $999 \div 48 = 20 \cdots 39$ 이므로 20 개 있고, 99 까지의 48 의 배수는 $99 \div 48 = 2 \cdots 3$ 이므로 2 개 있다. 따라서 48 의 배수 중 세 자리 자연수는 $20 - 2 = 18$ (개) 있다.

13. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가? [배점 4, 중중]

- ① 3 명 ② 4 명 ③ 6 명
④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 - 2 = 24$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 12 (명)

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{1, 5\}) = 3$
- ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ⑤ $n(\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}) = n(\{x \mid x \text{는 } 14 \text{의 약수}\})$

해설

- ① $3 - 2 = 1$
- ② 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 일 때,
 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$ 이다.
- ④ 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1, 2\}$ 일 때,
 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 5, 10\}) = 4$, $n(\{1, 2, 7, 14\}) = 4$

15. 자연수 k 의 모든 약수를 원소로 하는 집합을 A_k 로 나타낼 때, $A_k \subset (A_{12} \cap A_{20})$ 인 k 의 최댓값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

> 4

해설

$A_{12} \cap A_{20}$ 는 12 와 20 의 공약수의 집합이므로 k 는 12 와 20 의 공약수이다. 두 자연수의 공약수 중에서 가장 큰 수가 최대공약수이고 12 와 20 의 최대공약수는 4 이므로
따라서 k 의 최댓값은 4 이다.

16. 두 자연수 p, q 의 최대공약수가 792 일 때, p, q 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

> 24 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 792 의 약수의 개수이다.

$$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$$

$$\therefore (3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24 \text{ (개)}$$

17. T, S, L 는 $T \times S \times L = 715$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $T + S + L$ 의 최솟값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

> 29

해설

$715 = 5 \times 11 \times 13$ 이고, 합의 최솟값을 구하므로,
 T, S, L 는 5, 11, 13 이 된다.

18. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A$ 를 표현한 것이 아닌 것은? [배점 5, 상하]

- ① $(A \cup B) - A$ ② $B \cap A^c$
 ③ $A^c - B^c$ ④ $A \cap B^c$
 ⑤ $B - (A \cap B)$

해설

$B - A = B \cap A^c = B - (A \cap B) = (A \cup B) - A = A^c - B^c$ 이므로 ④이다.

19. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합 $A_n = \{x | x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 이라고 정의한다. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $A_4 \subset A_2$
 ② $A_6 \subset A_2$
 ③ $A_2 \cap A_5 = A_{10}$
 ④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24}$
 ⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6$

해설

- ① $A_4 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 4 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.
 ② $A_6 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 6 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.
 ③ $A_2 \cap A_5 = A_{10} \rightarrow$ 2 와 5 의 공배수의 집합은 10 의 배수의 집합과 같으므로 옳다.
 ④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24} \rightarrow A_3 \cap A_4 = A_{12}$ 이므로 $A_{24} \subset A_{12}$ 따라서 틀렸다.
 ⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6 \rightarrow$ 2 의 배수에서 3 의 배수를 제외한 것은 6 의 배수를 제외한 것과 같으므로 옳다.

20. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 5, 상하]

- ① 12300 의 10^3 자리의 숫자는 2 이다.
- ② $10001_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 1$
- ③ 52430 의 밑줄 친 2 가 실제로 나타내는 값은 2000 이다.
- ④ $11000_{(2)}$ 의 밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값은 8 이다.
- ⑤ $10^4 + 2 \times 10 + 5 = 10025$

해설

② $10001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 1$