

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $4 \in A$ ② $3 \in A$
 ③ $\emptyset \subset A$ ④ $8 \in A$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 8\} \subset A$

해설

② $3 \notin A$ 에서 3은 A 의 원소가 아니다.

2. 다음 중에서 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $n(\emptyset) + n(\{1\}) = 1$
 ② $n(\{2, 4\}) + n(\{1, 2\}) = 4$
 ③ $n(\{5, 6, 7\}) - n(\{5, 7\}) = 6$
 ④ $n(\{1, 2\}) - n(\{1\}) = 1$
 ⑤ $n(\{0, 2\}) + n(\{1\}) = 3$

해설

③ $n(\{5, 6, 7\}) = 3$, $n(\{5, 7\}) = 2$ 이므로 $3 - 2 = 1$ 이다.

3. 가로 길이가 6 cm, 세로 길이가 8 cm, 높이가 12 cm인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리 길이는? [배점 2, 하중]

- ① 24 cm ② 32 cm ③ 48 cm
 ④ 50 cm ⑤ 54 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 6, 8, 12의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 6, 8, 12의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 24 cm이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 8 \quad 12} \\ 2 \overline{) 3 \quad 4 \quad 6} \\ 3 \overline{) 3 \quad 2 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

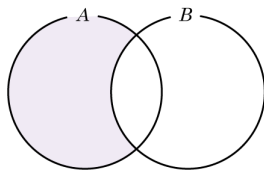
4. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 6\} \subset \{1, 2, 4, 6\}$
 ② $\{1, 2\} \subset \{2, 1\}$
 ③ $\{\emptyset\} \subset \{1\}$
 ④ $\{2, 4, 6, 8, 10\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
 ⑤ $\{1, 5\} \subset \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$

해설

③ $\{\emptyset\} \not\subset \{1\}$

5. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내지 않는 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $A \cap B^c$ ② $A - B$
 ③ $(A \cup B) - B$ ④ $B \cap A^c$
 ⑤ $A - (A \cap B)$

해설

$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B) = (A \cup B) - B$
 이므로 색칠한 부분을 나타내지 않는 것은 ④ 이다.

6. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

> 32개

해설

집합 X 는 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 를 반드시 포함하는 B 의 부분집합이므로
 개수는 $2^{10-5} = 2^5 = 32$ (개)

7. 10 이하의 자연수 중에서 4와 서로소인 자연수의 개수는?

[배점 3, 하상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

10 이하의 자연수 중에서 4와 서로소인 자연수는 1, 3, 5, 7, 9
 따라서 서로소인 자연수의 개수는 5

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20$, $n(B) = 15$, $n(A \cup B) = 25$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

> 15

해설

$$\begin{aligned} & n(A - B) + n(B - A) \\ &= n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) - n(A \cap B) \\ &= n(A \cup B) - n(A \cap B) \\ & n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 15 - 25 = 10 \text{ 이므로 } n(A \cup B) - n(A \cap B) = 25 - 10 = 15 \text{ 이다.} \\ & \text{따라서 } n(A - B) + n(B - A) = 15 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

9. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 일 때, $B \subset A$, $n(B) = 3$ 를 만족하는 집합 B 의 개수는?

[배점 3, 중하]

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개
④ 12개 ⑤ 16개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 B 가 될 수 있는 것은 $\{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 5, 7\}$

10. 두 집합

$A = \{x | x \text{는 } 4 \text{ 의 약수}\},$

$B = \{x | x \text{는 } \square \text{ 의 약수}\}$

에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 가장 작은 자연수는?

[배점 3, 중하]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

A 는 B 의 진부분집합이므로 4의 배수 중 4를 제외한 가장 작은 자연수는 8이다.

11. 수진이네 반에서 매달 실시하는 수학 퀴즈 대회는 문제를 맞히는 모든 사람에게 도서 상품권을 준다고 한다. 다음은 이번 달 수학 퀴즈 문제에 대하여 5명의 학생들이 답을 적어 제출한 것이다. 이때, 도서상품권을 받을 사람은 누구인지 말하여라.

문제) 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A = \emptyset$ 일 때, 두 집합 사이의 관계를 다른 방법으로 표현하여라.

서준 : $A \subset B$

성진 : $A - B = \emptyset$

유진 : $A^c \cap B = \emptyset$

명수 : $B^c \subset A^c$

형돈 : $(A \cup B) - B = \emptyset$

[배점 3, 중하]

> 유진

해설

$B - A = \emptyset$ 일 때, $B \subset A$ 이다.

따라서 $A^c \cap B = \emptyset, B - A = \emptyset$ 이다.

12. 가로 길이가 5cm , 세로 길이가 8cm , 높이가 12cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

> 120 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 5, 8, 12의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 5, 8, 12의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 120cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 5 \quad 8 \quad 12} \\ \underline{5 \quad 2 \quad 3} \end{array}$$

13. 다음 중에서 이진법의 전개식으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

- ① $1000_{(2)} = 1 \times 2^4$
 ② $10101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 1$
 ③ $11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$
 ④ $110110_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$
 ⑤ $1111_{(2)} = 1 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 1 \times 10 + 1 \times 1$

해설

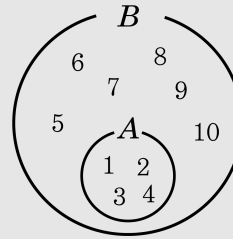
- ① $1000_{(2)} = 1 \times 2^3$
 ② $10101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$
 ③ $11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2$
 ④ $110110_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$
 ⑤ $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

14. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 0 \leq x \leq 10 \text{인 자연수}\}$ 의 포함관계를 기호를 써서 나타내어라. [배점 4, 중중]

> $A \subset B$

해설

$B = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ 이므로 $A \subset B$ 이다. 벤 다이어그램을 그리면 아래와 같다.



15. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 에서 집합 A의 원소가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 17 ⑤ 18

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이므로 A의 원소가 아닌 것은 18이다.

16. 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 일 때, 100 이하의 자연수 중 A, B, C 의 공배수 중 가장 큰 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

 78

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 26 의 배수는 26, 52, ... 이고, 그 중 100 보다 작은 가장 큰 수는 78 이다.

17. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

[배점 4, 중중]

- ① 2^2 ② 2×5 ③ $2^2 \times 5^2$
④ $2 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$250 = 2 \times 5^3$, $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $960 = 2^6 \times 3 \times 5$
이므로 최대공약수는 2×5

18. 6 으로 나누면 5 가 남고, 5 로 나누면 4 가 남고, 4 로 나누면 3 이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하시오. [배점 5, 중상]

- ① 116 ② 117 ③ 118
④ 119 ⑤ 120

해설

구하는 수를 x 라 하면 $(x+1)$ 은 6, 5, 4 의 공배수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 654} \\ \underline{352} \\ 302 \\ \underline{300} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \text{최소공배수} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는 $60 \times 2 = 120$

$$\text{이고 } x+1 = 120 \therefore x = 119$$

19. $\frac{8}{n}, \frac{24}{n}, \frac{36}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하여라. [배점 5, 중상]

 8

해설

n 은 8, 24, 36 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로

8, 24, 36 의 최대공약수는 4 이다.

4 의 약수는 1, 2, 4 이다.

따라서 8 이다.

20. 두 자연수 18, A 의 최대공약수는 6, 최소공배수는 36일 때, A 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

 12

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로

$$18 \times A = 6 \times 36$$

$A = 12$ 이다.