

약점 보강 1

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30, n(B) = 23, n(A \cap B) = 11$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 가 알맞게 짝지어진 것은? [배점 2, 하중]

- ① $n(A - B) : 18, n(B - A) : 12$
 ② $n(A - B) : 12, n(B - A) : 18$
 ③ $n(A - B) : 19, n(B - A) : 12$
 ④ $n(A - B) : 11, n(B - A) : 19$
 ⑤ $n(A - B) : 19, n(B - A) : 11$

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 30 - 11 = 19$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 23 - 11 = 12$$

2. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}, B = \{b, d, f\}$ 에 대하여 $n(A - B)$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

> 3

해설

$$A - B = \{a, c, e\}$$

3. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\{5\} \subset \{5, 9\}$ ② $2 \subset \{1, 3\}$
 ③ $4 \in \{1, 3, 5\}$ ④ $\emptyset \in \{3\}$
 ⑤ $0 \in \emptyset$

해설

$\{5\}$ 는 $\{5, 9\}$ 의 부분집합이다.

4. 집합 $\{a, b, c, e\}$ 의 부분집합의 개수를 구하시오.

[배점 3, 하상]

> 16개

해설

$$2^4 = 16$$

5. 집합 $\{2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합의 개수는?

[배점 3, 하상]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$2^4 = 16$$

6. 100 이하의 자연수 중에서 4의 배수이거나 5의 배수인 수의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

> 40개

해설

4의 배수인 집합을 A 라 하고, 5의 배수인 집합을 B 라 하자.

4의 배수이면서 5의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.
4의 배수이거나 5의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.

$$n(A) = 25, n(B) = 20, n(A \cap B) = 5 \text{ 이므로}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 25 + 20 - 5$$

$$x = 40$$

7. 100 이하의 자연수 중에서 3의 배수이거나 4의 배수인 수의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

> 50개

해설

3의 배수인 집합을 A 라 하고, 4의 배수인 집합을 B 라 하자.

3의 배수이면서 4의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.
3의 배수이거나 4의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.

$$n(A) = 33, n(B) = 25, n(A \cap B) = 8 \text{ 이므로}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 33 + 25 - 8$$

$$x = 50$$

8. 19 명의 학생에게 A, B 두 문제를 풀게 하였더니, A 문제를 푼 학생은 11 명이며, B 문제를 푼 학생은 8 명이며, 한 문제도 못 푼 학생은 3 명이었다. A 문제만 푼 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

> 8명

해설

$$n(U) = 19, n((A \cup B)^c) = 3 \text{ 이므로 } n(A \cup B) = 19 - 3 = 16 \text{ 이다.}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ 이므로 } n(A \cap B) = 3 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } A \text{ 문제만 푼 학생은 } n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 11 - 3 = 8 \text{ 이다.}$$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 8, n(A \cap B) = 3, n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 를 각각 구한 것으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $n(A - B) : 4, n(B - A) : 4$

② $n(A - B) : 4, n(B - A) : 5$

③ $n(A - B) : 5, n(B - A) : 4$

④ $n(A - B) : 5, n(B - A) : 5$

⑤ $n(A - B) : 8, n(B - A) : 7$

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 3 = 5$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$12 = 5 + 3 + n(B - A) \quad \therefore n(B - A) = 4$$

10. 집합 $A = \{\emptyset, 0, 1, \{0\}, \{1\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\emptyset \subset A$
 ③ $\{\emptyset\} \subset A$ ④ $\{0, 1\} \in A$
 ⑤ $\{\{0\}, 0\} \subset A$

해설

- ① 집합 A 에 속에 있는 $\emptyset$ 은 집합 A 의 원소이다.
 ② 공집합 $\emptyset$ 는 모든 집합의 부분집합이다.
 ③ $\{\emptyset\} \subset A$
 ④ $\{0, 1\} \subset A$

11. 다음 중 옳은 것은? (답 2 개) [배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
 ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
 ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
 ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 1$ 이다.

해설

- ② 반례: $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4\}$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(A) = 5$ 이다.
 ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 12 를 포함하고 4 를 포함하지 않는 부분집합이 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\{12\}$ ② $\{8, 12\}$
 ③ $\{12, 16\}$ ④ $\{8, 12, 16\}$
 ⑤ $\{8, 12, 16, 20\}$

해설

$A = \{4, 8, 12, 16\}$
 4, 12 를 제외한 $\{8, 16\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면
 원소가 0 개인 부분집합 : $\emptyset$
 원소가 1 개인 부분집합 : $\{8\}$, $\{16\}$
 원소가 2 개인 부분집합 : $\{8, 16\}$
 이고, 각각의 집합에 원소 12 를 넣으면 원소 12 를 포함하고 4 를 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합이 된다.

13. 두 집합 $A = \{1, 5, a\}$, $B = \{5, 7, b\}$ 이고 $A \subset B$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것을 골라라.

- | | |
|-----------------|-----------|
| ㉠ $a = 5$ | ㉡ $b = 1$ |
| ㉢ $B \subset A$ | ㉣ $A = B$ |
| ㉤ $a + b = 8$ | |

[배점 5, 중상]

> ㉠

해설

$A \subset B$ 조건을 만족하기 위해선 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 안에 포함되어야 하므로 $b = 1$ 이고, a 는 1, 5, 7 중 한 가지가 되어야하지만 이미 집합 A 에 1, 5 가 존재하므로 $a = 7$ 이 되어 $A = B$ 가 된다.

㉠ $a = 7$

14. 다음은 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 원소의 개수와 진부분집합의 개수를 바르게 구한 것은?

[배점 5, 중상]

- ① 5, 31 ② 6, 63 ③ 7, 127
 ④ 8, 255 ⑤ 9, 511

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$ 를 원소나열법으로 고치면 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이므로 원소의 개수는 8 개이다.

(진부분집합의 개수) = (부분집합의 개수) - 1
 이므로 부분집합의 개수는 $2^8 = 256$ 이고
 진부분집합의 개수는 $256 - 1 = 255$ (개)이다.