

실력 확인 문제

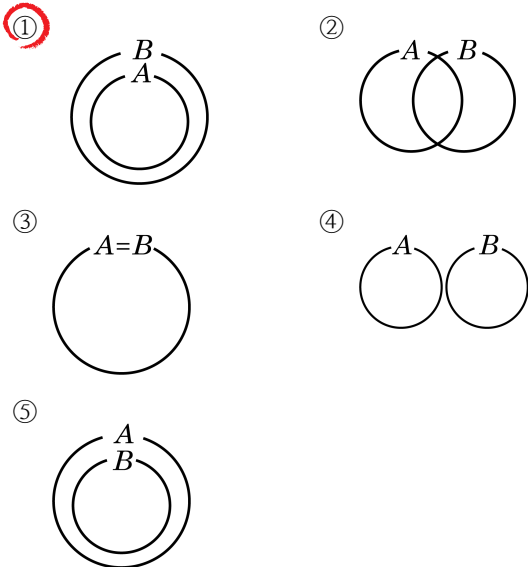
1. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20$, $n(A) = 9$, $n(B) = 7$, $n(A^c) = a$, $n(B^c) = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① 11 ② 13 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} a &= n(A^c) = n(U) - n(A) = 20 - 9 = 11 \\ b &= n(B^c) = n(U) - n(B) = 20 - 7 = 13 \\ \therefore a + b &= 11 + 13 = 24 \end{aligned}$$

2. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 10 \text{미만의 홀수}\}$ 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]



해설

$A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로
 $A \subset B$, $A \neq B$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 18$, $n(B) = 35$ 이고, $A \cap B = A$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

> 17

해설

$A \cap B = A$ 이므로 $A \subset B$ 이고 $A \cup B = B$ 이다.
 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 35 - 18 = 17$

4. 수정이네 반 학생 40 명 중에서 강아지를 키우는 학생은 24 명, 고양이를 키우는 학생은 16 명이고, 고양이만 키우는 학생은 13 명이다. 이 때, 고양이도 강아지도 키우지 않는 학생 수는? [배점 3, 중하]

① 3명 ② 5명 ③ 7명
 ④ 9명 ⑤ 11명

해설

수정이네 반 학생들의 모임을 전체집합 U , 강아지를 키우는 학생들의 모임을 집합 A , 고양이를 키우는 학생들의 모임을 집합 B 라 하면, 고양이만 키우는 학생들의 모임은 $B - A$ 이고, 고양이도 강아지도 키우지 않는 학생들의 모임은 $A^c \cap B^c$ 이다.

$$\begin{aligned} n(U) &= 40, n(A) = 24, n(B) = 16 \\ n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = 16 - n(A \cap B) = 13 \\ n(A \cap B) &= 3 \\ n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 40 - (24 + 16 - 3) = 3 \end{aligned}$$

5. 지우네 반 학생 30 명 중 게임기를 가진 학생은 21 명, 휴대전화기를 가진 학생은 19 명, 둘 다 가지고 있는 학생은 11 명이다. 이 때, 휴대전화기만 가지고 있는 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

- ① 8 명 ② 11 명 ③ 19 명
④ 21 명 ⑤ 30 명

해설

지우네 반 학생의 집합을 U , 게임기를 가진 학생의 집합을 A , 휴대전화기를 가진 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 30, n(A) = 21, n(B) = 19, n(A \cap B) = 11 \text{ 이다.}$$

휴대전화기만 가진 학생의 집합은 $B - A$ 이므로 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 11 = 8$ 이다.

6. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\{0\} \subset A$ ㉡ $\emptyset \subset A$
㉢ $0 \notin A$ ㉣ $A \not\subset \{2, 3, 1\}$
㉤ $\{1\} \subset A$ ㉥ $\{0, 1\} \not\subset A$

[배점 4, 중중]

➤ ㉠

➤ ㉥

해설

- ㉠ $\{0\} \not\subset A$
㉥ $A \subset \{2, 3, 1\}$

7. 집합 $A = \left\{ x \mid \frac{11}{x} = 5 \text{인 자연수} \right\}$ 의 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개
④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$A = \emptyset$$

모든 집합의 부분집합에는 $\emptyset$ 과 자기 자신이 포함 되는데 $\emptyset$ 은 $\emptyset$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개

8. 두 집합 $A = \{\neg, \perp, \sqsubset, \sqsupset\}$, $B = \{\perp, \sqsubset, \sqsupset, \sqcap\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합이면서 집합 B 의 부분집합이 되는 집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 0개 ② 2개 ③ 4개
④ 6개 ⑤ 8개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고 집합 B 의 부분집합도 되는 집합은 $\{\perp, \sqsubset, \sqsupset\}$ 의 부분집합과 같으므로 $2^3 = 8$ (개)

9. $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중에서 a 또는 d 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 4개 ② 8개 ③ 10개
④ 12개 ⑤ 24개

해설

(i) a 를 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 2^4 = 16$ (개)
(ii) d 를 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 16$ (개)
(i) a 와 d 를 모두 포함하는 경우
 $2^{5-2} = 8$ (개)
따라서 구하는 부분집합의 개수는
 $16 + 16 - 8 = 24$ (개)이다.

10. 두 집합 $A = \{4, 6, a, 10\}$, $B = \{3a, 4 - b\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 자연수 $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 0보다 크고 4와 같거나 작다.) [배점 5, 중상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$B \subset A$ 이므로 집합 B 의 모든 원소는 A 에도 포함된다.

$$3a \in A, \quad 4 - b \in A$$

a 는 0보다 크고 4이하인 자연수라 했으므로, 4와 10과 a 는 $3a$ 가 될 수 없다.

$$\text{따라서 } 3a = 6 \text{ 이다. } \therefore a = 2$$

$$A = \{2, 4, 6, 10\}$$

b 역시 0보다 크고 4이하인 자연수라 했으므로, $4 - b = 2$ 이어야 한다.

$$\therefore b = 2$$

따라서 $a - b$ 는 0이다.