

실력 확인 문제

1. 다음 안에 알맞은 한 자리 자연수의 합은?

보기

$$\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} \supset \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$$

[배점 3, 하상]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 15 ⑤ 18

해설

3의 배수는 3, 6, 9, 12, ... 이므로
보기를 만족하는 한 자리의 자연수는 3, 6, 9 이다.
따라서 자연수의 합은 18 이다.

2. 다음 중 주어진 조건에 의해 그 대상을 분명히 알 수 있는 것이 아닌 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① 2 보다 작은 짝수의 모임
② 암기력이 좋은 사람들의 모임
③ 분자가 3 인 분수의 모임
④ 4 보다 작은 4 의 배수의 모임
⑤ 작은 수들의 모임

해설

② '암기력이 좋은' 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ '작은' 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

3. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7, 8\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합 중 원소 2, 5 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하면?

[배점 3, 중하]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 4 개
④ 8 개 ⑤ 16 개

해설

구하고자 하는 부분집합은 $\emptyset, \{3\}, \{7\}, \{8\}, \{3, 7\}, \{3, 8\}, \{7, 8\}, \{3, 7, 8\}$ 의 8 개 이다.

4. $A = \{a, b, c\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합의 개수를 써라.
[배점 3, 중하]

> 8 개

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 8 개 이다.

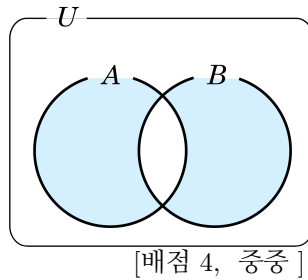
5. 두 집합 A, B 에 대하여 집합 B 가 집합 A 에 포함되고, $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① 2 ② 4 ③ 10 ④ 22 ⑤ 32

해설

$B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$, $A \cap B = B$
 $\therefore n(A) - n(B) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29 - 7 = 22$

6. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합을 고르면?

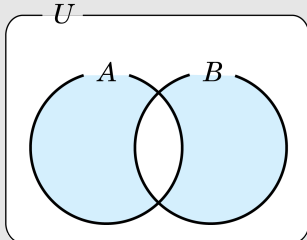


[배점 4, 중중]

- ① $A - B$ ② $B - A$
 ③ $(A \cap B)^c$ ④ $(A \cup B)^c$
 ⑤ $(A - B) \cup (B - A)$

해설

⑤ $(A - B) \cup (B - A)$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



7. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \times x = 7 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

> 1개

해설

$A = \emptyset$ 이므로 모든 집합의 부분집합에는 $\emptyset$ 과 자기 자신이 포함되는데 $\emptyset$ 은 $\emptyset$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1개이다.

8. 다음 보기에서 집합에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $n(\{0\}) = 1$
 ㉡ $\{1, 2\} \supset \{2, 1\}$
 ㉢ $\{1, 2, 3, \dots, 100\} \supset \{1, 100\}$
 ㉣ $n(\{2, 3, 5, 7\}) = n(\{0, \{\emptyset\}, \emptyset, \{0\}\})$
 ㉤ $n(\{1, 10, \{1, 10\}\}) = 4$

[배점 4, 중중]

> ㉤

해설

㉤ $n(\{1, 10, \{1, 10\}\}) = 3$

9. 집합 $A = \{1, 3, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

 13

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-2} 개이다.

$$2^{a-2} = 32 = 2^5$$

$$a - 2 = 5 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로 n 의 값은 13 이다.

10. 두 집합 $A = \{0, a+1, b\}$, $B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}$, $A \cap B = \{3\}$ 일 때 $a - b$ 는? [배점 5, 중상]

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

$A = \{0, a+1, b\}$, $B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}$, $A \cap B = \{3\}$ 이므로 A 에는 있고 B 에는 없는 원소는 0 과 1 이며 두 집합에 모두 있는 원소는 3 이다.

따라서 $a+1 = 3$ 또는 $b = 3$ 임을 알 수 있다.

1) $a+1 = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 2$, $b = 1$ 이므로 $B = \{2, 1, 3\}$ 이 되어 $A \cap B = \{3\}$ 에 부적합.

2) $b = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 0$, $b = 3$ 이므로 $B = \{-3, 3, 6\}$ 조건에 합치.

$$\therefore a - b = -3$$

11. 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
 ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$
 ③ $A \cup \emptyset = \emptyset$
 ④ $A \subset B$, $B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$
 ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
 ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$
 ③ $A \cup \emptyset = A$
 ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

12. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여
 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

➤ 6 개

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $B = \{12, 15\}$
 $X \subset A, B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$
 $\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15
 는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개 인 집합
 이므로 $\{10, 11, 12, 15\}, \{10, 12, 13, 15\},$
 $\{10, 12, 14, 15\}, \{11, 12, 13, 15\},$
 $\{11, 12, 14, 15\}, \{12, 13, 14, 15\}$ 의 6 개
 이다.

13. 자연수 p 에 대하여 A_p 는 100 이하인 p 의 배수의
 집합을 나타낼 때, $n(A_2 \cup A_4 \cup A_6 \cup A_8 \cup A_{10})$ 의 값을
 구한 것은? [배점 5, 상하]

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$A_2 = \{2, 4, \dots, 100\}$
 $A_4 = \{4, 8, \dots, 100\}$
 $A_6 = \{6, 12, \dots, 100\}$
 $A_8 = \{8, 16, \dots, 100\}$
 $A_{10} = \{10, 20, 30, \dots, 100\}$
 $A_2 \cup A_4 \cup A_6 \cup A_8 \cup A_{10} = A_2$
 100 이하인 2의 배수의 집합이므로 50 개이다.

14. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k =$
 $\{x \mid k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap$
 $A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

➤ 10

해설

$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$
 $A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$
 $A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$
 $\vdots$
 $A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$
 $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$
 $\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{10}) = 10$

15. 전체집합 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 두 부분집합 $A = \{7, 19\}$, $B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$A \cup X = X, X \cap (B - A) = \{5, 11\}$$

[배점 5, 상하]

 4개

해설

$A \cup X = X$ 이므로 $A \subset X$

$\therefore 7, 19$ 는 X 의 원소

$B - A = \{3, 5, 11, 13\}$ 이고

$X \cap (B - A) = \{5, 11\}$ 이므로

5, 11 은 X 의 원소이고 3, 13 은 X 의 원소가 아니다.

따라서 X 는 5, 7, 11, 9 를 포함하고 3, 13 은 포함하지 않는 전체집합 U 의 부분집합이므로

$$2^{8-4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$