

실력 확인 문제

1. 다음 중 공집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 2, 하중]

① $\{0\}$

② $\emptyset$

③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\}$

④ $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{\emptyset\}$

해설

③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\} = \{2\}$

④ 1 과 2 사이에는 자연수가 없으므로 $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\} = \emptyset$

2. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20, n(A) = 9, n(B) = 7, n(A^c) = a, n(B^c) = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① 11

② 13

③ 16

④ 20

⑤ 24

해설

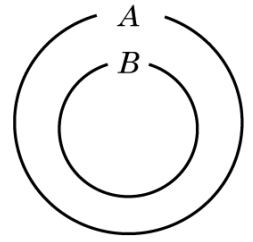
$$a = n(A^c) = n(U) - n(A) = 20 - 9 = 11$$

$$b = n(B^c) = n(U) - n(B) = 20 - 7 = 13$$

$$\therefore a + b = 11 + 13 = 24$$

3. 다음 벤 다이어그램에서 집합 A 의 원소가 5, 10, 15, 20, 25, 30 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 하상]



① $\{\emptyset\}$

② $\{5, 10\}$

③ $\{5, 15, 20\}$

④ $\{32\}$

⑤ $\{5, 10, 15 \dots\}$

⑥

해설

$A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ 이고, $B \subset A$ 이어야 한다.

① $\emptyset \notin A$ 이므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

4. 다음 중 무한집합인 것은?

[배점 3, 하상]

① $\{a, b\}$

② $\emptyset$

③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

③ $\{1, 2\}$: 유한집합

④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

5. 다음 중 원소의 개수가 0 이 아닌 유한집합은?
[배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 일의 자리의 숫자가 1인 짝수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 2로 나누었을 때 나머지가 1 인 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 8보다 큰 8의 약수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 두 자리의 2의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 분수}\}$

해설

- ① $\emptyset$
- ② $\{1, 3, 5, \dots\}$
- ③ $\emptyset$
- ④ $\{10, 12, 14, 16, \dots, 98\}$
- ⑤ $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$

6. 다음 중 주어진 조건에 의해 그 대상을 분명히 알 수 있는 것이 아닌 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① 2 보다 작은 짝수의 모임
- ② 암기력이 좋은 사람들의 모임
- ③ 분자가 3 인 분수의 모임
- ④ 4 보다 작은 4 의 배수의 모임
- ⑤ 작은 수들의 모임

해설

- ② ‘암기력이 좋은’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.
- ⑤ ‘작은’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

7. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 10 이하인 홀수}\}$, $B = \{1, a, 3, b, 9\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

 12

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, a, 3, b, 9\}$
 $A = B$ 이므로 $a = 7$, $b = 5$ 또는 $a = 5$, $b = 7$ 이다.
 $\therefore 7 + 5 = 12$

8. 민호네 학교 학생 100 명 중에서 A 동아리에 가입한 학생이 62 명, B 동아리에 가입한 학생이 59 명이고 B 동아리에만 가입한 학생은 25 명이다. 이 때, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

> 13 명

해설

민호네 학교 학생들의 모임을 전체집합 U , A 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 A , B 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 B 라 하면, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생들의 모임은 $A^C \cap B^C$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A^C \cap B^C) &= n((A \cup B)^C) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 100 - (62 + 59 - 34) = 13 \end{aligned}$$

9. 두 집합 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{2, 6, 9\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

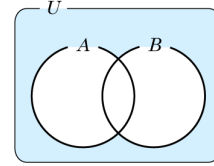
[배점 3, 중하]

> 4 개

해설

집합 X 는 원소 2, 6 을 포함하는 $A \cup B = \{2, 4, 6, 9\}$ 의 부분집합이므로 X 의 개수는 $A \cup B = \{2, 4, 6, 9\}$ 에서 원소 2, 6 를 뺀 $\{4, 9\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.

10. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40$, $n(A) = 20$, $n(B) = 18$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

> 7

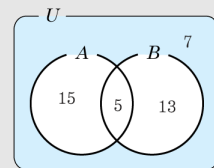
해설

색칠된 부분이 나타내는 집합은 $(A \cup B)^C$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 18 - 5 = 33$$

$$\therefore n((A \cup B)^C) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 33 = 7$$

[별해]



벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면 색칠된 부분의 원소의 개수는 7 개이다.

11. 두 집합 A, B 에 대하여 집합 B 가 집합 A 에 포함되고 $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 2 ② 4 ③ 10 ④ 22 ⑤ 32

해설

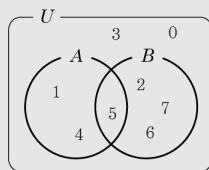
$B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$, $A \cap B = B$
 $\therefore n(A) - n(B) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29 - 7 = 22$

12. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$, $(A \cup B)^c = \{0, 3\}$, $A - B = \{1, 4\}$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

➤ 3

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$B - A = \{2, 6, 7\}$ 이므로 $n(B - A) = 3$

13. 두 집합 $A = \{5, 9, a - 2\}$, $B = \{5, 7, b + 3\}$ 에 대하여 집합 A 는 집합 B 에 포함되고, 집합 B 는 집합 A 에 포함될 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 3 ② 7 ③ 11 ④ 15 ⑤ 19

해설

$A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

$7 \in A$ 이므로 $a - 2 = 7$

$\therefore a = 9$

$9 \in B$ 이므로 $b + 3 = 9$

$\therefore b = 6$

$\therefore a + b = 9 + 6 = 15$