

실력 확인 문제

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 5의 배수의 모임
- ② 15보다 큰 14의 약수의 모임
- ③ 10보다 큰 홀수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 10보다 조금 작은 수들의 모임

해설

- ① $\{5, 10, 15, \dots\}$
- ② $\emptyset$
- ③ $\{11, 13, 15, \dots\}$
- ④ $\{1\}$

2. 다음 각 집합을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 보기에서 골라라.

보기

- ㉠ $\{x|x\text{는 }10\text{ 이하의 짝수}\}$
- ㉡ $\{x|x\text{는 }10\text{보다 작은 }2\text{의 배수}\}$
- ㉢ $\{x|x\text{는 }24\text{의 약수}\}$
- ㉣ $\{x|x\text{는 }18\text{의 약수}\}$
- ㉤ $\{x|x\text{는 }36\text{의 배수}\}$

(1) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

(2) $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

[배점 2, 하중]

> (1) ㉠

> (2) ㉣

해설

조건제시법은 집합에 속하는 모든 원소들이 가지는 공통된 성질을 제시하여 나타내는 방법이다.

(1) 집합의 원소들의 공통된 성질은 10 이하의 짝수(2의 배수)라는 점이고

(2) 집합의 원소들의 공통된 성질은 18의 약수라는 점이다.

3. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{a, b\}$
- ② $\emptyset$
- ③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{1, 2\}$: 유한집합
- ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 28$, $n(B) = 35$, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

> 63

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 28 + 35 = 63$$

5. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$ 사이의 포함관계를 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라. [배점 3, 중하]

- ① $A \subset B \subset C$
- ② $A \subset C \subset B$
- ③ $B \subset A \subset C$
- ④ $A \subset B = C$
- ⑤ $B \subset A = C$

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{1, 3, 9\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\therefore B \subset A \subset C$$

6. 환석이네 반 학생 36 명 중 강아지를 좋아하는 학생은 22 명, 고양이를 좋아하는 학생은 17 명, 강아지와 고양이를 모두 싫어하는 학생은 9 명이다. 이 때, 고양이를 싫어하는 학생은? [배점 3, 중하]

- ① 15 명 ② 16 명 ③ 17 명
④ 18 명 ⑤ 19 명

해설

전체집합을 U , 강아지를 좋아하는 학생들의 집합을 A , 고양이를 좋아하는 학생들의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 36, n(A) = 22, n(B) = 17$$

$$n((A \cup B)^C) = 9 \text{ 이다.}$$

따라서 고양이를 싫어하는 학생들의 집합은 B^c 이다.

$$\therefore n(B^C) = n(U) - n(B) = 36 - 17 = 19$$

7. 민호네 학교 학생 100 명 중에서 A 동아리에 가입한 학생이 62 명, B 동아리에 가입한 학생이 59 명이고 B 동아리에만 가입한 학생은 25 명이다. 이 때, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

> 13 명

해설

민호네 학교 학생들의 모임을 전체집합 U , A 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 A , B 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 B 라 하면, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생들의 모임은 $A^C \cap B^C$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A^C \cap B^C) &= n((A \cup B)^C) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 100 - (62 + 59 - 34) = 13 \end{aligned}$$

8. 두 집합 $A = \{1, a, b, 15\}$, $B = \{2, 3a, b-2\}$ 에 대하여 $A - B = \{3, 5\}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

> $a = 5$

> $b = 3$

해설

$A - B = \{3, 5\}$ 이므로 3 과 5 는 집합 A 의 원소이다. $3 \in A$, $5 \in A$

따라서 $a = 3$ 또는 $a = 5$ 이다.

(i) $a = 3$ 이면 $b = 5$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{2, 3, 9\}$ 이다.

이 때, $A - B = \{1, 5, 15\}$ 이므로 될 수 없다.

(ii) $a = 5$ 이면 $b = 3$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 2, 15\}$ 이다.

이 때, $A - B = \{3, 5\}$ 이므로 가능하다.

$\therefore a = 5, b = 3$

9. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \times x = 7 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

> 1개

해설

$A = \emptyset$ 이므로 모든 집합의 부분집합에는 $\emptyset$ 과 자기 자신이 포함되는데 $\emptyset$ 은 $\emptyset$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개이다.

10. 세 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$, $C = \{x | x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$ 일 때, 세 집합의 원소의 개수의 합은? [배점 4, 중중]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$C = \{1, 3, 5, 15\}$

$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$

11. 다음 중 두 집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 인 것을 고르면? [배점 4, 중중]

① $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$

② $A = \{x | x \text{는 짝수}\}$, $B = \{x | x \text{는 홀수}\}$

③ $A = \emptyset$, $B = \{x | x \text{는 } x, y, z\}$

④ $A = \{x | x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$

⑤ $A = \{x | x = 2 \times n - 1, n = 1, 2, 3, \dots\}$,
 $B = \{x | x \text{는 자연수}\}$

해설

④ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \supset \{6, 12, 18, 24, \dots\}$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x | x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$, $A = \{2, 4, 5\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 반드시 포함해야 하는 원소는?
[배점 4, 중중]

- ① 1, 3 ② 1, 3, 5
③ 2, 3, 5 ④ 2, 3, 4, 5
⑤ 1, 2, 3, 4, 5

해설

집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 B 는 원소 1, 3을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

13. 두 집합 $A = \{a - 1, a + 2, 8\}$, $B = \{3, 6, b\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$A = B$ 이므로
 $a - 1 = 3$ 에서 $a = 4$, $b = 8$
 $\therefore a + b = 12$

14. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, a\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.
[배점 5, 중상]

- > 3
> 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$
 $B \subset A$ 이므로 $a \in A$
 $\therefore a = 3$ 또는 $a = 6$

15. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

- > 6 개

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $B = \{12, 15\}$
 $X \subset A, B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$
 $\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15 는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개 인 집합 이므로 $\{10, 11, 12, 15\}$, $\{10, 12, 13, 15\}$, $\{10, 12, 14, 15\}$, $\{11, 12, 13, 15\}$, $\{11, 12, 14, 15\}$, $\{12, 13, 14, 15\}$ 의 6 개 이다.