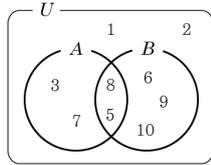


# 단원 종합 평가

1. 다음 벤 다이어그램에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

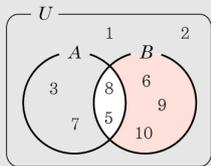


[배점 3, 중하]

- ①  $n(U) = 9$
- ②  $n(A \cap B^C) = 2$
- ③  $n((A \cup B) - A) = 2$
- ④  $n(B - A) = 3$
- ⑤  $n(A^C) = 5$

해설

③  $(A \cup B) - A$  를 색칠하면 다음과 같다.



$\therefore n((A \cup B) - A) = 5$

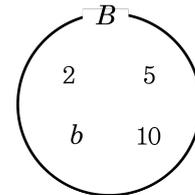
2. 집합  $A$  에 대하여  $x \in A$  이면,  $5 - x \in A$  이다. 집합  $A$  의 원소가 모두 자연수일 때, 가능한 집합  $A$  의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

> 3개

해설

집합  $A$  는  $(1, 4), (2, 3)$  의 순서쌍을 원소로 갖고  $\emptyset$  은 갖지 않는 집합이므로  $2^2 - 1 = 3$  (개)

3. 두 집합  $A = \{2, a, 8, 10\}$ ,  $B$  에 대하여  $A = B$  일 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

> 13

해설

$A = B$  이므로  
 $\{2, a, 8, 10\} = \{2, 5, b, 10\}$   
 $a = 5, b = 8$   
 $\therefore a + b = 5 + 8 = 13$

4. 전체집합  $U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여

$A = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ①  $B \cap A^c \neq \emptyset$                       ②  $A \subset B$   
 ③  $A \cap B = A$                       ④  $(A \cup B) \subset B$   
 ⑤  $B - (A \cap B) = \emptyset$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}, A = \{8, 16\}, B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$  이다. 따라서  $A \subset B$  이다. 따라서 ⑤  $B - (A \cap B) \neq \emptyset$

5. 전체집합  $U = \{x|x \text{는 } 15 \text{ 이하의 홀수}\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여

$A \cap B^c = \{3, 5\}, B - A = \{7, 11\}, A \cap B = \{13, 15\}$  일 때,  $(A \cup B)^c$  는? [배점 4, 중중]

- ①  $\{1\}$                       ②  $\{7\}$                       ③  $\{9\}$   
 ④  $\{1, 7\}$                       ⑤  $\{1, 9\}$

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}, A \cap B^c = \{3, 5\}, B - A = \{7, 11\}, A \cap B = \{13, 15\}$  이므로  $(A \cup B)^c = \{1\}$  이다.

6.  $6 \times x, 8 \times x, 10 \times x$  의 최소공배수가 720 이라고 할 때,  $x$  의 값은 얼마인가? (단,  $x$  는 한 자리의 자연수이다.)

[배점 4, 중중]

- ① 6                      ② 7                      ③ 8                      ④ 9                      ⑤ 10

해설

$2 \times 3 \times x, 2^3 \times x, 2 \times 5 \times x$  의 최소공배수는  $2^3 \times 3 \times 5 \times x = 720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$  이다.  $\therefore x = 2 \times 3 = 6$

7. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 6cm, 8cm, 4cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 빈틈없이 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 3456  $\text{cm}^2$

해설

6, 8, 4의 최소공배수는 24이므로, 한 모서리의 길이가 24cm인 정육면체의 겉넓이는  $24 \times 24 \times 6 = 3456(\text{cm}^2)$

8. 집합  $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 18\}$  를 조건제시법으로 올바르게 나타낸 것을 모두 골라라.

- ㉠  $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 18 \text{인 정수}\}$
- ㉡  $A = \{x \mid 1 < x \leq 17 \text{인 짝수}\}$
- ㉢  $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 짝수}\}$
- ㉣  $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ㉤  $A = \{x \mid x \text{는 } 19 \text{ 미만의 짝수}\}$

[배점 5, 중상]

- ㉢
- ㉣
- ㉤

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 18\}$   
 $= \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 짝수}\}$   
 $= \{x \mid x \text{는 } 19 \text{ 미만의 짝수}\}$   
 $= \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 짝수}\}$

9.  $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$  에 대하여  
 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ ,  $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$  일 때,  $(A - B)^c$  의 원소의 합을 구하여라.

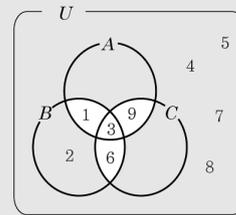
[배점 5, 중상]

37

해설

$A = \{1, 3, 9\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 6\}$ ,  $C = \{3, 6, 9\}$  이므로

벤 다이어그램으로 나타내면



가 되어  $(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  이다. 따라서 원소의 합은 37 이다.

10. 다음 조건을 만족하는 두 집합  $A, B$  에 대하여  $a$  의 값을 모두 구하여라.

$$A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$$

$$B = \{1, 2, a\}$$

$$B \subset A$$

[배점 5, 중상]

- 3
- 4
- 6
- 12

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$B \subset A \text{ 이므로 } a \in A$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } a = 4 \text{ 또는 } a = 6 \text{ 또는 } a = 12$$

11. 십진법으로 나타낸 수  $A$  를 이진법으로 나타내면 세 자리수가 된다. 이 수  $A$  를 두 배하여 이진법으로 나타내면 몇 자리수가 되는가? [배점 5, 중상]

- ① 8 자리      ② 7 자리      ③ 6 자리
- ④ 5 자리      ⑤ 4 자리

해설

$$100_{(2)} \leq A \leq 111_{(2)}$$

$$4 \leq A \leq 7$$

$$8 \leq 2A \leq 14$$

$$1000_{(2)} \leq 2A \leq 1110_{(2)}$$

$$\therefore 4 \text{ 자리수}$$

12. 다음 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$  에 속하는 두 자리 소수를 모두 고른 것은? [배점 5, 중상]

- ① 11, 13, 17      ② 11, 13, 15, 17
- ③ 11, 13, 15, 19      ④ 11, 15, 17, 19
- ⑤ 11, 13, 17, 19

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$  이중에서 두 자리 소수는 11, 13, 17, 19 이다.

13. 전체집합  $U = \{3x + 1 \mid x < 10, x \text{는 자연수}\}$  의 부분 집합  $A, B$  가 있다.

$$A^c \cap B^c = \{28\}, (A \cup B) - (A \cap B) = \{4, 10, 19, 25\}$$

일 때,  $n(A \cap B)$  를 구하여라. [배점 5, 상하]

- 4

해설

$$U = \{3x + 1 \mid x < 10, x \text{는 자연수}\} = \{4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28\},$$

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{28\},$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = \{4, 10, 19, 25\},$$

전체집합  $U$  는  $A - B, B - A, (A \cup B)^c, A \cap B$  로 이루어지므로,

$$A \cap B = \{7, 13, 16, 22\} \text{ 이다.}$$

$$\therefore n(A \cap B) = 4$$

14.1 학년 1 반 학생 45 명 중 수박을 좋아하는 학생이 35 명, 자두를 좋아하는 학생이 27 명이다. 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생 수의 최대값과 최소값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

➤ 최대값 : 27 명

➤ 최소값 : 17 명

해설

1 학년 1 반의 학생의 집합을  $U$ , 수박을 좋아하는 학생의 집합을  $A$ , 자두를 좋아하는 학생의 집합을  $B$  라 두면, 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생의 집합은  $A \cap B$  이고,  
 $n(U) = 45, n(A) = 35, n(B) = 27$  이다.  
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \leq 45$  이므로,  
 $17 \leq n(A \cap B) \leq 27$   
 따라서 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생 수의 최대값과 최소값은 각각 27 명과 17 명

15. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  가 다음의 조건을 만족할 때  $n(A)$  와  $n(B)$  의 차를 구하여라.

(가)  $n(U) = 20, n(A) \cdot n(B) = 140$

(나)  $2 \cdot n(A \cap B) = n(A^c \cap B^c)$

(다)  $n(A \cup B) = 3 \cdot n(A \cap B)$

[배점 5, 상하]

➤ 4

해설

$n(A \cap B) = k$  라고 하면,  $2 \cdot k = n(A^c \cap B^c) = n(U) - n(A \cup B) = 20 - n(A \cup B)$ ,  
 $n(A \cup B) = 3 \cdot k$  이므로,  $2 \cdot k = 20 - 3 \cdot k$  이고  $k = 4$ ,  $n(A \cup B) = 12$  이다.  
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \rightarrow 20 = n(A) + n(B) - 4 \rightarrow n(A) + n(B) = 24$ ,  
 $n(A) \cdot n(B) = 140$  이므로 더해서 24 가 되고, 곱해서 140 이 되는 수는 10 과 14 이다.  
 따라서  $n(A)$  와  $n(B)$  의 차는  $14 - 10 = 4$

16. 자연수  $a, b, c$  에 대하여  $120a = 270b = 150c$  이 성립할 때,  $a + b + c$  의 최솟값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

> 101

해설

$$\begin{aligned}
 120a &= 2^3 \times 3 \times 5 \times a, \\
 270b &= 2 \times 3^3 \times 5 \times b, \\
 150c &= 2 \times 3 \times 5^2 \times c \text{ 이므로} \\
 a, b, c \text{ 가 가장 작아지는 값은} \\
 120a &= 270b = 150c = 2^3 \times 3^3 \times 5^2 \text{ 이다.} \\
 \rightarrow a &= 45, b = 20, c = 36 \\
 \therefore a + b + c &= 101
 \end{aligned}$$

17. 13 을 이진법으로 나타내었을 때, 각 자리의 숫자의 합을 이진법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

>  $1101_{(2)}$

해설

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 13} \\
 2 \overline{) 6} \quad \dots \quad 1 \\
 2 \overline{) 3} \quad \dots \quad 0 \\
 2 \overline{) 1} \quad \dots \quad 1 \\
 \quad \quad 0 \quad \dots \quad 1
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \uparrow \\
 \uparrow \\
 \uparrow \\
 \uparrow
 \end{array}$$

$\therefore 13 = 1101_{(2)}$

18. 전체집합  $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  이고, 두 부분집합  $A = \{a, c, d, e, h\}$ ,

$B = \{b, f, h\}$  일 때,  $A^c \cap B$  는? [배점 6, 상중]

- ①  $\{b\}$                       ②  $\{f\}$                       ③  $\{b, f\}$   
 ④  $\{h\}$                         ⑤  $\{b, h\}$

해설

$$\begin{aligned}
 A^c &= \{b, f, g\} \\
 B &= \{b, f, h\} \\
 A^c \cap B &= \{b, f\}
 \end{aligned}$$

19. 다음 두 자연수의 최소공배수가 96 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$$8 \times a, 12 \times a$$

[배점 6, 상중]

> 16

해설

$$\begin{aligned}
 8 \times a &= 2^3 \times a \\
 12 \times a &= 2^2 \times 3 \times a \\
 \hline
 \text{최소공배수} &: 2^3 \times 3 \times a = 96 \\
 \text{최대공약수} &: 2^2 \times a \\
 a &= 96 \div 8 \div 3 = 4 \\
 \text{따라서 최대공약수는 } &2^2 \times a = 16 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

20. 두 수  $2^a \times 3^2$ ,  $2^2 \times 3^b \times 7$  의 최대공약수가  $2^2 \times 3^2$  이고, 최소공배수가  $2^3 \times 3^2 \times 7$  일 때,  $a - b$  의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

➤ 1

해설

최소공배수에서 2 의 지수가 3 이므로  $a = 3$   
최소공배수와 최대공약수에서 3 의 지수가 2 로 같  
으므로  $b = 2$   
따라서  $a - b = 3 - 2 = 1$  이다.