

실력 확인 문제

1. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 } 3 \text{ 의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{9, 21, 24\}$, $B - A = \{3, 15\}$, $A^c \cap B^c = \{12\}$
 일 때, 집합 A, B 의 교집합을 구하면?

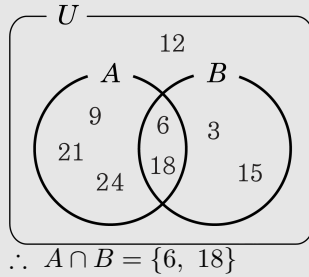
[배점 3, 하상]

- ① $\{3, 6\}$ ② $\{3, 6, 12\}$
 ③ $\{3, 18\}$ ④ $\{6, 12\}$
 ⑤ $\{6, 18\}$

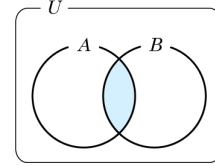
해설

$$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$$

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



2. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 30$, $n(B) = 25$, $n(A^c \cap B^c) = 14$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



[배점 3, 하상]

- ① 12 개 ② 14 개 ③ 19 개
 ④ 24 개 ⑤ 38 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $A \cap B$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(U) - n(A^c \cap B^c) = 57 - 14 = 43$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 30 + 25 - 43 = 12$$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 27$, $n(A \cup B) = 48$, $n(A) = 35$ 일 때, $n(A \cap B) + n(B)$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① 8 ② 21 ③ 27 ④ 29 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ 27 &= 35 - n(A \cap B) \\ \therefore n(A \cap B) &= 8 \\ n(A - B) &= n(A \cup B) - n(B) \\ 27 &= 48 - n(B) \\ \therefore n(B) &= 21 \\ n(A \cap B) + n(B) &= 8 + 21 = 29 \end{aligned}$$

4. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $(A \cap B) \subset A$
 ② $(A \cap B) \supset U$
 ③ $A - B = B - (A \cap B)$
 ④ $A \cup B^c = U$
 ⑤ $A^c \cap B^c = \emptyset$

해설

- ② $(A \cap B) \subset U$
 ③ $A - B = A - (A \cap B)$
 ④ $A \cup A^c = U$
 ⑤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$

5. 세 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$, $C = \{x | x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$ 일 때, 세 집합의 원소의 개수의 합은? [배점 4, 중중]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$$\begin{aligned} B &= \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} \\ C &= \{1, 3, 5, 15\} \\ \therefore n(A) + n(B) + n(C) &= 5 + 8 + 4 = 17 \end{aligned}$$

6. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 4 \leq x \leq 8 \text{인 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 3개인 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

 10개

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 부분집합은
 $\{4, 5, 6\}, \{4, 5, 7\}, \{4, 5, 8\}, \{4, 6, 7\},$
 $\{4, 6, 8\}, \{4, 7, 8\}, \{5, 6, 7\}, \{5, 6, 8\},$
 $\{5, 7, 8\}, \{6, 7, 8\}$ 따라서 부분집합의 개수는 10이다.

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 3 \text{이하의 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 6\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 } 6 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{3, 6\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

집합 $B = \{1, 2, 3\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $6 \in A$

집합 A 는 원소 6 을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x|x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\} = \{5, 6\} \not\subset \{1, 2, 3, 6\}$

8. 다음 중 공집합인 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{x|x \text{는 분모가 } 7 \text{인 기약분수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 배수 중 짝수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
- ④ $\{x|1 < x \leq 2, x \text{는 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

해설

- ① $\{\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots\}$
- ② $\{18, 36, 54, \dots\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{2\}$

9. $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수 중 소수인 수}\}$ 일 때, A 의 부분집합의 개수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
- ④ 15 개 ⑤ 32 개

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이고, 그중 소수는 2, 3 이므로 $A = \{2, 3\}$ 이다.

따라서 A 의 부분집합의 개수는 $2^2 = 4$ (4 개) 이다.

10. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 a 와 b 를 반드시 포함하고 c 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

> 4 개

해설

$$2^{5-3} = 2^2 = 4 \text{ (개)}$$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

> 32

해설

$$\begin{aligned} A^c \cap B^c &= (A \cup B)^c \\ n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 3 = 37 \\ n(A - B) + n(B - A) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) \\ &= 37 - 5 = 32 \end{aligned}$$

12. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때 $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x | x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

[배점 5, 중상]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개
④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$(A - B) \cup X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$,
 $A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5\}$
 $\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$
 집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$

13. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 이고 집합 B 의 개수가 24 개 일 때 집합 A 의 원소의 개수를 x 라 할 때 x 의 값은? [배점 5, 상하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

(집합 B 의 갯수)

$= (U \text{의 부분집합의 갯수}) -$

$(A \text{의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수})$

$$= 2^5 - 2^{5-x}$$

$$= 32 - 2^{5-x} = 24$$

$$\therefore 2^{5-x} = 8 = 2^3$$

따라서 집합 A 의 원소는 2 개이다.

14. 전체집합 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 두 부분집합 $A = \{7, 19\}$, $B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$A \cup X = X, X \cap (B - A) = \{5, 11\}$$

[배점 5, 상하]

> 4개

해설

$$A \cup X = X \text{ 이므로 } A \subset X$$

$\therefore 7, 19$ 는 X 의 원소

$B - A = \{3, 5, 11, 13\}$ 이고

$$X \cap (B - A) = \{5, 11\} \text{ 이므로}$$

5, 11 은 X 의 원소이고 3, 13 은 X 의 원소가 아니다.

따라서 X 는 5, 7, 11, 9 를 포함하고 3, 13 은 포함하지 않는 전체집합 U 의 부분집합이므로

$$2^{8-4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

15. 전체집합 $U = \{a, b, c\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인가?
[배점 5, 상하]

- ① 9 쌍 ② 18 쌍 ③ 27 쌍
④ 36 쌍 ⑤ 45 쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은

$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ 이다.

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 8가 될 수 있는 것은 8가지이다.

$A = \{a\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지이다.

$A = \{b\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지이다.

$A = \{c\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지이다.

$A = \{a, b\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2가지이다.

$A = \{a, c\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2가지이다.

$A = \{b, c\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2가지이다.

$A = \{a, b, c\}$ 일 때, B 는 1가 될 수 있는 것은 1가지이다.

$\therefore 8 + 12 + 6 + 1 = 27(\text{쌍})$