

실력 확인 문제

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 28$, $n(B) = 35$, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

> 63

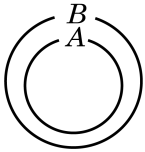
해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

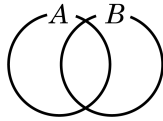
$$\therefore n(A \cup B) = 28 + 35 - 0 = 63$$

2. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, \{1, 2, 3, 6\}$ 을 원소로 가지는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

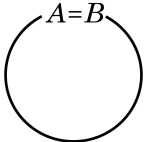
①



②



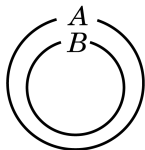
③



④



⑤



해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $B \subset A$, $A \neq B$

3. $A = \{a, b, c\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합의 개수를 써라. [배점 3, 중하]

> 8개

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 8개이다.

4. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때, 다음 중 A 와 같은 집합을 모두 고르시오. [배점 3, 중하]

① $\{3, 5, 7\}$

② $\{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

③ $\{9, 3, 1, 7, 5\}$

④ $\{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$

⑤ $\{x | x \text{는 } 11 \text{보다 작은 홀수}\}$

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

② $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

③ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

④ $\{1, 3, 9\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 60$, $n(A) = 36$, $n(A \cap B) = 11$, $n(A^c \cap B^c) = 14$ 일 때, $n(B)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

> 21

해설

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) = 14, \\ n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 60 - 14 = 46, \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B), \\ 46 &= 36 + n(B) - 11 \\ \therefore n(B) &= 21 \end{aligned}$$

6. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

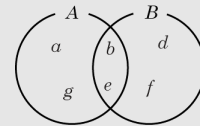
해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19는 포함하지 않는 부분집합의 개수는
 $2^{10-2-7} = 2^1 = 2$ (개)

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e, g\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, f, g\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 4, 중중]

> $B = \{b, d, e, f\}$

해설



$$\therefore B = \{b, d, e, f\}$$

8. 집합 $A = \{x | x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$$A = \{3, 10, 17, \dots\}$$

- ① $3 \in A$
② $4 \notin A$
④ $10 \in A$

9. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A = B$ 이면 $A \subset B, B \subset A$
 ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
 ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
 ④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
 ⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

- ② $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면
 $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$
 ③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만
 $n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$
 ⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$
 $n(\{1, 2, 3\}) = 3$
 $4 - 3 = 1$

10. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$

[배점 5, 중상]

▶ 6 개

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $B = \{12, 15\}$
 $X \subset A, B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$
 $\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15 는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개인 집합이므로
 $\{10, 11, 12, 15\}, \{10, 12, 13, 15\},$
 $\{10, 12, 14, 15\}, \{11, 12, 13, 15\},$
 $\{11, 12, 14, 15\}, \{12, 13, 14, 15\}$ 의 6 개이다.

11. 전체집합 U 의 서로 다른 두 부분집합 A, B 에 대하여
다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $A \cap A^c = U$
- ② $(B^c)^c = A$
- ③ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- ④ $A - B = B^c \cap A$
- ⑤ $A \subset B$ 이면 $B - A = \emptyset$

해설

- ① $A \cap A^c = \emptyset$
- ② $(B^c)^c = B \neq A$
- ⑤ $A \subset B$ 이면 $A - B = \emptyset$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 14, n(B) = 28, n(A \cup B) = 42$ 일 때, ' $A - B \square A$ ' 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호는 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

$\not\subset, \subset, \supset, \not\subset, =$

[배점 5, 중상]

> 3개

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$42 = 14 + 28 - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset$ 이다.

$A - B \square A$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset, \supset, =$ 이다.

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호는 보기에서 $\supset, \subset, =$ 로 3개이다.

13. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 이고 집합 B 의 개수가 24 개 일 때 집합 A 의 원소의 개수를 x 라 할 때 x 의 값은? [배점 5, 상하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

(집합 B 의 갯수)

$= (U \text{의 부분집합의 갯수}) -$

$(A \text{의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수})$

$$= 2^5 - 2^{5-x}$$

$$= 32 - 2^{5-x} = 24$$

$$\therefore 2^{5-x} = 8 = 2^3$$

따라서 집합 A 의 원소는 2 개이다.

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 서로 같은 집합을 고르면?

㉠ A	㉡ $B - A$
㉢ $A \cap B$	㉣ $\emptyset$
㉤ $A - B^c$	㉥ $A^c \cup B^c$

[배점 5, 상하]

> ㉠

> ㉢

> ㉤

해설

$A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$,

$$A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B = A$$

따라서 ㉠, ㉢, ㉤ 이 A 로 같다.

15. 세 집합 $A = \{x | x \text{는 한국인}\}$, $B = \{x | x \text{는 학생}\}$, $C = \{x | x \text{는 여자}\}$ 에 대하여 한국의 남학생을 나타내는 집합을 모두 고르면?

[배점 5, 상하]

① $(A \cup B) - C$ ② $A \cup B \cup C$

③ $(A \cap B) - C$ ④ $A \cap B \cap C^c$

⑤ $(A - B)^c \cap C^c$

해설

한국 학생 중 여학생을 뺀 것 또는 한국 학생 중 여자가 아닌 사람이므로

$(A \cap B) - C$ 또는 $A \cap B \cap C^c$ 이다.