

실력 확인 문제

1. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$, $(A \cup B)^c = \emptyset$ 이고, $B = \{2, 11, 13\}$ 일 때, 집합 A 를 구하면?

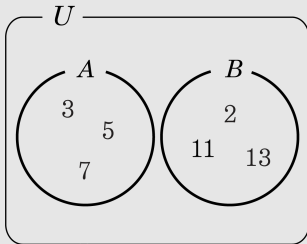
[배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 3, 5\}$
 ③ $\{1, 3, 5, 7\}$ ④ $\{3, 5\}$
 ⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

$$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore A = \{3, 5, 7\}$$

2. 다음 중 집합이 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 한국 사람들의 모임
 ② 9 이하의 짝수의 모임
 ③ 10 과 17 사이의 수 중 분모가 2 인 기약분수의 모임
 ④ 3 보다 조금 큰 수의 모임
 ⑤ 5 로 나누었을 때 나머지가 4 인 자연수의 모임

해설

④ ‘조금’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 43$, $n(B) = 28$, $n(A \cup B) = 50$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

> 29

해설

$$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 50 - 28 = 22$$

$$n(B - A) = n(A \cup B) - n(A) = 50 - 43 = 7$$

$$\therefore n(A - B) + n(B - A) = 29$$

4. 두 집합 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{2, 6, 9\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

> 4개

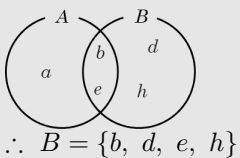
해설

집합 X 는 원소 2, 6 을 포함하는 $A \cup B = \{2, 4, 6, 9\}$ 의 부분집합이므로 X 의 개수는 $A \cup B = \{2, 4, 6, 9\}$ 에서 원소 2, 6 를 뺀 $\{4, 9\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, h\}$ 일 때, 집합 B 는?
[배점 4, 중중]

- ① $\{a, d, e, h\}$ ② $\{b, d, e, h\}$
③ $\{b, e, h\}$ ④ $\{d, e, h\}$
⑤ $\{d, e\}$

해설



6. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n \text{ 는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.
[배점 4, 중중]

> 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $2 + 5 + 8 + 11 = 26$

7. 두 집합 $A = \{5, 9, a - 2\}$, $B = \{5, 7, b + 3\}$ 에 대하여 집합 A 는 집합 B 에 포함되고, 집합 B 는 집합 A 에 포함 될 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① 3 ② 7 ③ 11 ④ 15 ⑤ 19

해설

$A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.
 $7 \in A$ 이므로 $a - 2 = 7 \therefore a = 9$
 $9 \in B$ 이므로 $b + 3 = 9 \therefore b = 6$
 $a + b = 9 + 6 = 15$

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 소수}\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 4개 ② 10개 ③ 12개
④ 16개 ⑤ 20개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3, 5, 7 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{8-4} = 2^4 = 16$ (개)

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a^2 \text{을 } 10 \text{으로 나눈 나머지, } a \text{는 자연수}\}$ 일 때, A 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

> 64개

해설

제곱수의 일의 자리를 살펴보면 1^2 은 1, 2^2 은 4, 3^2 은 9, 4^2 은 6, 5^2 은 5, 6^2 은 6, 7^2 은 9, 8^2 은 4, 9^2 은 1, 10^2 은 0, 11^2 은 1, ... 이므로 $A = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$ 따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$ (개) 이다.

10. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\},$$

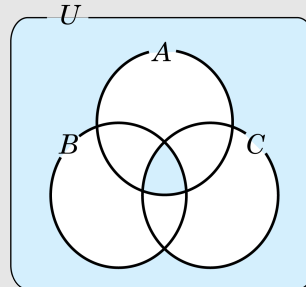
$$C = \{1, 2, 5, 7, 11, 12\} \text{ 에 대하여 } A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c \text{ 일 때, } n((A \Delta B) \cap (A \Delta C)) \text{ 의 값을 구하여라.}$$

[배점 5, 중상]

> 5

해설

$(A \Delta B) \cap (A \Delta C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 4 \\ \therefore n((A \Delta B) \cap (A \Delta C)) = 1 + 4 = 5$$

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 2$, $B - A = \{3, 7, 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 5, 중상]

> $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

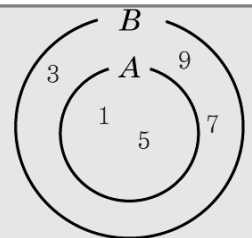
해설

$$\{1, 5\}, n(A \cap B) = 2 \text{ 이므로}$$

$$A \cap B = A$$

$$\therefore A \subset B$$

$$\therefore B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$



12. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

- ㉠ $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$
- ㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$
- ㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고 $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합은 $\square$ 개이다.

[배점 5, 중상]

> 8

해설

- ㉠ $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$
- ㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$
- ㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고 $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 의 3개 따라서, $4 + 1 + 3 = 8$

13. 다음은 집합이 아닌 것을 집합이 되도록 적절히 고친 것이다. 잘못 고친 것을 모두 골라라.



[배점 5, 상하]

> ㉠

해설

- ㉠ 20 에 가까운 수들의 모임이라고 하더라도, 그 대상을 분명히 알 수가 없다.
예를 들어, "20 과의 거리가 2 이하인 수" 와 같이 분명한 기준이 있어야 한다.
- ㉡ 공부를 못하는 학생들의 모임이라고 하더라도 그 대상을 분명히 알 수가 없다.
예를 들어, "수학 점수가 30 점 이하인 학생" 과 같이 분명한 기준이 있어야 한다.

14. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 25 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

> 7

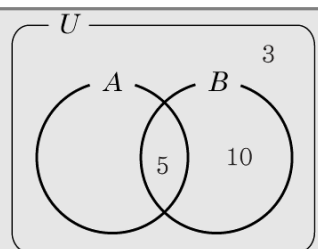
해설

$n(B^c) = 25$ 이므로
 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 25 - 10 = 15$
 $A^c \cap B = B - A$ 이므로

$$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$$

$$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.



15. 재원이네 반 학생 42 명 중 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 축구를 좋아하는 학생이 24 명이다. 야구와 축구를 둘 다 좋아하는 학생이 12 명 일 때, 야구와 축구를 모두 좋아하지 않는 학생 수는? [배점 5, 상하]

- ① 0 명 ② 1 명 ③ 2 명
④ 3 명 ⑤ 4 명

해설

야구를 좋아하는 학생의 집합을 A , 축구를 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면

$n(U) = 42$, $n(A) = 26$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 12$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 26 + 24 - 12 = 38$

이므로

$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 42 - 38 = 4$