

실력 확인 문제

1. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x | x \text{는 } 0 < x < 110 \text{인 } 5 \text{의 배수}\}$$

[배점 3, 하상]

➤ 27

해설

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}, \quad B = \{5, 10, 15, 20, \dots, 105\}$$

이므로 $n(A) = 6, n(B) = 21$
 $\therefore n(A) + n(B) = 27$

2. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 5 보다 크고 6 보다 작은 자연수의 모임
- ② 몸무게가 60kg 이상인 사람들의 모임
- ③ 40 에 가까운 수의 모임
- ④ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임
- ⑤ 반올림하여 50 이 되는 자연수들의 모임

해설

‘가까운’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이고, $A = \{x | x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

➤ 12

해설

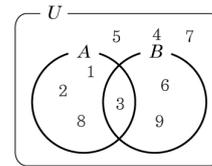
$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$$A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}, \quad B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$$

이므로 $n(A) = 6, n(B) = 6$ 이다.

따라서, $n(A) + n(B) = 12$ 이다.

4. 다음 벤 다이어그램을 보고, $A^c \cup B^c$ 에 속하지 않는 원소는?



[배점 3, 중하]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 8

해설

$$A^c \cup B^c = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 크고 } 27 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

> 32개

해설

$A = \{14, 15, 16, \dots, 26\}$ 의 부분집합 중 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수 15, 17, 19, 21, 23, 25는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{13-2-6} = 2^5 = 32$ (개)

6. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 4, 중중]

- ① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$A = \{3, 10, 17, \dots\}$
 ① $3 \in A$
 ② $4 \notin A$
 ④ $10 \in A$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 25, n(B) = 16, A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B) + n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

> 34

해설

$A \cap B = B$ 이므로 $B \subset A$,
 $n(A \cup B) = n(A) = 25$,
 $n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$
 $\therefore n(A \cup B) + n(A - B) = 25 + 9 = 34$

8. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n = 5 \text{미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

[배점 4, 중중]

> 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $2 + 5 + 8 + 11 = 26$ 이다.

9. 네 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $D = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $C \subset A$, $D \subset B$ 가 동시에 성립하기 위한 a 의 값을 모두 구하여라. (단 $a > 0$)
[배점 5, 중상]

- 6
- 12
- 18
- 36

해설

$C \subset A$ 이므로 a 는 36 의 약수
 $D \subset B$ 이므로 a 는 6 의 배수
 $\therefore a = 6, 12, 18, 36$

10. 집합 $A = \{1, 2\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

- 16 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^2 = 4$ (개) 이므로 $n(B) = 4$ 이다.
 따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^{n(B)} = 2^4 = 16$ (개) 이다.

11. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 5, 중상]

- ① \emptyset
- ② $\{2\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ④ $\{5, 7\}$
- ⑤ $\{x \mid 2 < x < 8 \text{인 홀수}\}$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$
 ③ $\{1, 3, 5\} \not\subset A$
 ⑤ $\{3, 5, 7\} \subset A$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 23$, $n(B) = 39$, $n(A \cup B) = 62$ 일 때, 다음 안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두 고르면?

보기

$A - B$ A

[배점 5, 중상]

- ① \in
- ② \subset
- ③ \supset
- ④ $\not\subset$
- ⑤ $=$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $62 = 23 + 39 - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset$ 이다.
 $A - B$ A 에서 안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset, \supset, =$ 이다.

13. 자연수 p 에 대하여 A_p 는 100 이하인 p 의 배수의 집합을 나타낼 때, $n(A_2 \cup A_4 \cup A_6 \cup A_8 \cup A_{10})$ 의 값을 구한 것은? [배점 5, 상하]

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

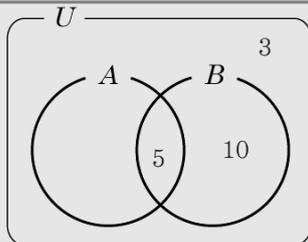
$A_2 = \{2, 4, \dots, 100\}$
 $A_4 = \{4, 8, \dots, 100\}$
 $A_6 = \{6, 12, \dots, 100\}$
 $A_8 = \{8, 16, \dots, 100\}$
 $A_{10} = \{10, 20, 30, \dots, 100\}$
 $A_2 \cup A_4 \cup A_6 \cup A_8 \cup A_{10} = A_2$
 100 이하인 2 의 배수의 집합이므로 50 개이다.

14. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 25 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

> 7

해설

$n(U) = 25$ 이므로
 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 25 - 10 = 15$
 $A^c \cap B = B - A$ 이므로
 $n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$
 $n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$
 벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.



15. 전체집합 $U = \{a, b, c\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인가? [배점 5, 상하]

- ① 9 쌍 ② 18 쌍 ③ 27 쌍
 ④ 36 쌍 ⑤ 45 쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.
 집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ 이다.
 $A = \emptyset$ 일 때, B 는 8가 될 수 있는 것은 8가지이다.
 $A = \{a\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지이다.
 $A = \{b\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지이다.
 $A = \{c\}$ 일 때, B 는 4가 될 수 있는 것은 4가지이다.
 $A = \{a, b\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2가지이다.
 $A = \{a, c\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2가지이다.
 $A = \{b, c\}$ 일 때, B 는 2가 될 수 있는 것은 2가지이다.
 $A = \{a, b, c\}$ 일 때, B 는 1가 될 수 있는 것은 1가지이다.
 $\therefore 8 + 12 + 6 + 1 = 27$ (쌍)