

약점 보강 3

1. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 n 을 포함한 부분집합의 개수가 16 개라고 할 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

➤ 5

해설

$$2^{(n\text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-1} = 16 = 2^4 \quad \therefore n = 5$$

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 일 때, $\{1, 2\} \subset B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 의 개수는 모두 몇 개인가?
[배점 3, 하상]

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개
④ 24 개 ⑤ 32 개

해설

집합 B 는 1, 2 를 반드시 포함하는 A 의 부분집합이다.

$$\{1, 2\} \subset B \subset \{1, 2, 4, 8\} \text{ 이므로 } B \text{ 의 개수는 } 2^{4-2} = 2^2 = 4 \text{ (개)}$$

3. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① \emptyset ② $\{1, 3\}$
③ $\{3, 7\}$ ④ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
⑤ $\{1, 5, 6\}$

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \text{ 이므로 } \{1, 5, 6\} \not\subset A$$

4. 다음 중 원소의 개수가 0 이 아닌 유한집합은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 일의 자리의 숫자가 } 1 \text{인 짝수}\}$
② $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 자연수}\}$
③ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 큰 } 8 \text{의 약수}\}$
④ $\{x \mid x \text{는 두 자리의 } 2 \text{의 배수}\}$
⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 분수}\}$

해설

- ① \emptyset
② $\{1, 3, 5, \dots\}$
③ \emptyset
④ $\{10, 12, 14, 16, \dots, 98\}$
⑤ $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$

5. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 25 \text{미만인 } 5 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 13 < x < 15 \text{인 홀수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

➤ 4

해설

$A = \{5, 10, 15, 20\}$, $B = \emptyset$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 4 - 0 = 4$

6. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $U^c = \emptyset$ ② $\emptyset^c = U$
- ③ $(A^c)^c = \emptyset$ ④ $A \cap U = A$
- ⑤ $A \cup U = U$

해설

③ $(A^c)^c = A$

7. 다음 집합 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $6 \notin A$
- ② $5 \in A$
- ③ $\{3\} \in A$
- ④ $A \subset \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x | x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $6 \in A$
- ② $5 \notin A$
- ③ $\{3\} \subset A$
- ⑤ $A \subset \{x | x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

8. 두 집합 $A = \{0, a+1, b\}$, $B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}$, $A \cap B = \{3\}$ 일 때 $a - b$ 는?

[배점 5, 중상]

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

$A = \{0, a+1, b\}$, $B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}$, $A \cap B = \{3\}$ 이므로 A 에는 있고 B 에는 없는 원소는 0 과 1 이며 두 집합에 모두 있는 원소는 3 이다.

따라서 $a+1=3$ 또는 $b=3$ 임을 알 수 있다.

1) $a+1=3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 2$, $b = 1$ 이므로 $B = \{2, 1, 3\}$ 이 되어 $A \cap B = \{3\}$ 에 부적합.

2) $b=3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 0$, $b = 3$ 이므로 $B = \{-3, 3, 6\}$ 조건에 합치.

$\therefore a - b = -3$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 모두 만족할 때, $U - (A \cup B)$ 은?

- ㉠ $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$
 ㉡ $A \cap B^c = \{1\}$
 ㉢ $A^c \cap B = \{6, 10\}$
 ㉣ $A \cap B = \{2, 4, 8\}$

[배점 5, 중상]

- ① $\{3, 4, 5, 7, 9\}$ ② $\{4, 5, 7, 9\}$
 ③ $\{4, 7, 9\}$ ④ $\{3, 4, 5, 6, 7, 9\}$
 ⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

해설

㉠. $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 ㉡. $A \cap B^c = \{1\} = A - B$
 ㉢. $A^c \cap B = \{6, 10\} = B - A$
 ㉣. $A \cap B = \{2, 4, 8\}$ 에서
 $A \cup B = \{1\} \cup \{6, 10\} \cup \{2, 4, 8\} = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로 $U - (A \cup B) = \{3, 5, 7, 9\}$