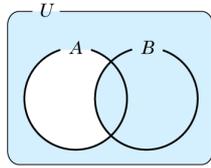


실력 확인 문제

1. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 19$, $n(B) = 33$, $n(A^c \cup B^c) = 54$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

> 41 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A - B)^c$ 이다.

$$n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B)$$

에서

$$54 = 57 - n(A \cap B) \therefore n(A \cap B) = 3$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 19 - 3 = 16$$

$$\therefore n((A - B)^c) = n(U) - n(A - B) = 57 - 16 = 41$$

2. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x \mid x \text{는 } 110 \text{ 미만인 } 5 \text{의 배수}\}$$

[배점 3, 하상]

> 27

해설

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}, \quad B = \{5, 10, 15, 20, \dots, 105\}$$

이므로

$$n(A) = 6, \quad n(B) = 21$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 27$$

3. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

> 6 개

해설

구하고자 하는 부분 집합은, $\{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 이다.

4. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{1, 3\}$ ② \emptyset
 ③ $\{1, 5, 7\}$ ④ $\{\emptyset, 1, 3\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

A 의 부분집합 : $\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{1, 3, 5, 7\}$

5. 집합 $A = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{11}{x} = 5 \text{를 만족하는 자연수}\right\}$ 의 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개
 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$A = \emptyset$ 이므로 모든 집합의 부분집합에는 \emptyset 과 자기 자신이 포함되는데 \emptyset 은 \emptyset 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1개이다.

6. 세 집합

$$A = \{w, x, y, z\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(A) + n(B) + n(C) \text{의 값을 구하여라.}$$

[배점 4, 중중]

 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$$

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 3의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

 8개

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \text{의 부분집합 중 원소 } 1, 3 \text{을 모두 포함하는 부분집합의 개수는}$$

$$2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

8. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\emptyset \in A$
- ② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$
- ③ $n(A) = 5$
- ④ $\{4\} \subset A$
- ⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

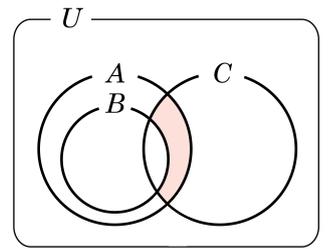
9. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\{x \mid x \text{는 자연수 부분이 1인 대분수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 3보다 작은 3의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 수}\}$
- ④ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 정수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x = 4n - 5, n \text{은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots\right\} \Rightarrow$ 무한집합
- ② $\emptyset \Rightarrow$ 유한집합
- ③ 무한집합
- ④ $\{3, 4\} \Rightarrow$ 유한집합
- ⑤ $\{-1, 3, 7, 11, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합

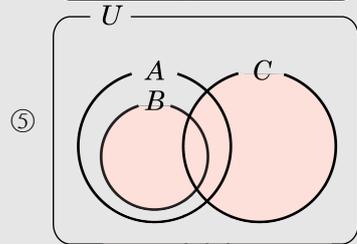
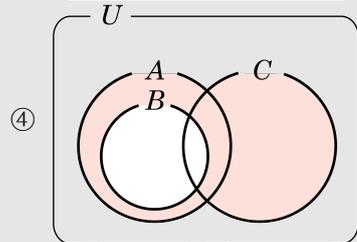
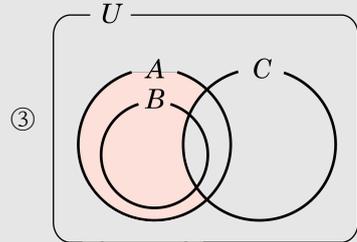
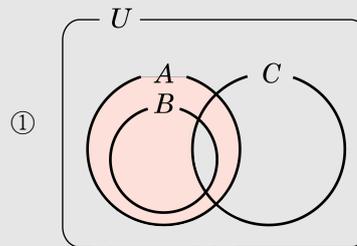
10. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 5, 중상]

- ① $A - (B \cap C)$
- ② $(A - B) \cap C$
- ③ $(A \cup B) - C$
- ④ $(A \cup C) - B$
- ⑤ $(A \cap B) \cup C$

해설



11. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 3$, $B - A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개
 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

$A = \{3, 6, 9\}$, $n(A \cap B) = 3$ 이므로
 $A \cap B = A$
 $\therefore A \subset B$
 $\therefore B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$
 그러므로 원소의 개수는 6 개이다.

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \emptyset$ 일 때, $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이라면 집합 B 로 알맞지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $B = \{1, 2, 3, 6, 8\}$
 ② $B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$
 ③ $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$
 ④ $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$
 ⑤ $B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$A - B = \emptyset$ 이면 집합 A 의 모든 원소는 집합 B 에 속한다.

13. 전체집합 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 두 부분집합 $A = \{7, 19\}$, $B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$A \cup X = X, X \cap (B - A) = \{5, 11\}$$

[배점 5, 상하]

▶ 4 개

해설

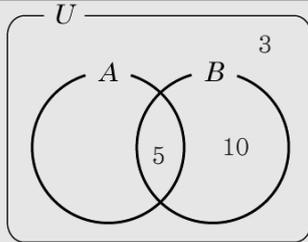
$A \cup X = X$ 이므로 $A \subset X$
 $\therefore 7, 19$ 는 X 의 원소
 $B - A = \{3, 5, 11, 13\}$ 이고
 $X \cap (B - A) = \{5, 11\}$ 이므로
 $5, 11$ 은 X 의 원소이고 $3, 13$ 은 X 의 원소가 아니다.
 따라서 X 는 $5, 7, 11, 9$ 를 포함하고 $3, 13$ 은 포함하지 않는 전체집합 U 의 부분집합이므로
 $2^{8-4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

14. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 25 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A-B)$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

> 7

해설

$n(U) = 25$ 이므로
 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 25 - 10 = 15$
 $A^c \cap B = B - A$ 이므로



$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$
 $n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$
 벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.

15. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라.
[배점 5, 상하]

> 9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,
 $A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1 쌍이 될 수 있다.

$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9$ (쌍)