

실력 확인 문제

1. 다음 중 어떤 대상이 주어진 모임에 속하는지 속하지 않는지 분명하게 구분할 수 없는 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 3 보다 크고 10 보다 작은 2 의 배수의 모임
- ② 5 보다 큰 5 의 배수의 모임
- ③ 4 보다 작은 짝수의 모임
- ④ 혈액형이 A 형인 학생들의 모임
- ⑤ 1 에 가까운 자연수의 모임

해설

‘가까운’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 집합이 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 한국 사람들의 모임
- ② 9 이하의 짝수의 모임
- ③ 10 과 17 사이의 수 중 분모가 2 인 기약분수의 모임
- ④ 3 보다 조금 큰 수의 모임
- ⑤ 5 로 나누었을 때 나머지가 4 인 자연수의 모임

해설

④ ‘조금’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

3. $A = \{x|x \text{는 소수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 보다 작은 짝수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, $C - (A \cap B)$ 를 원소나열법으로 올바르게 구한 것은?

[배점 3, 중하]

- ① {1, 3, 12, 24}
- ② {1, 4, 6, 12}
- ③ {1, 3, 4, 6, 12}
- ④ {1, 4, 6, 8, 12, 24}
- ⑤ {1, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$

$$C - (A \cap B) = \{1, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

4. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 35$, $n(A \cup B)^c = 2$, $n(A^c) = 11$, $n(B) = 18$ 일 때, $n((A \cap B)^c)$ 은? [배점 3, 중하]

① 9 ② 24 ③ 26 ④ 33 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 2 = 33 \\ n(A) &= n(U) - n(A^c) = 35 - 11 = 24 \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 24 + 18 - n(A \cap B) = 33 \\ \therefore n(A \cap B) &= 42 - 33 = 9 \\ n((A \cap B)^c) &= n(U) - n(A \cap B) = 35 - 9 = 26 \end{aligned}$$

5. 두 집합 $A = \{2, 5, a, 9\}$, $B = \{3, 7, b-2, b+2\}$ 에 대하여 $A - B = \{2, 8\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

 1

해설

$$\begin{aligned} &\text{집합 } A \text{ 에서 } a = 8 \\ &A \cap B = \{5, 9\} \text{ 이므로} \\ &(\text{i}) \ b + 2 = 5 \text{ 일 때, } b = 3 \text{ 이므로} \\ &B = \{1, 3, 5, 7\} \quad A \cap B = \{5\} \quad (\times) \\ &(\text{ii}) \ b - 2 = 5 \text{ 일 때, } b = 7 \text{ 이므로} \\ &B = \{3, 5, 7, 9\} \quad A \cap B = \{5, 9\} \quad (\bigcirc) \\ \therefore a - b &= 8 - 7 = 1 \end{aligned}$$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $n(A) = 14$, $n(B) = 31$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 3 ② 7 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} A \subset B \text{ 이므로 } A \cup B &= B, \quad A \cap B = A, \\ n(A \cup B) - n(A \cap B) &= n(B) - n(A) = 31 - 14 = 17 \end{aligned}$$

7. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n = 5 \text{ 미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

 26

해설

$$\begin{aligned} A &= \{2, 5, 8, 11\} \text{ 이므로 모든 원소의 합은 } 2 + 5 + 8 + 11 = 26 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 2 개인 부분집합의 개수는?

[배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개
④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 부분집합은

$\{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{4, 6\}, \{4, 8\}, \{6, 8\}$ 의 6개이다.

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

> 136

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합은

$\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 중에 원소 2, 3, 5, 7은 8번씩 포함되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2+3+5+7) \times 8 = 136$ 이다.

10. 다음 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{4, 8, 12\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 사이의 포함 관계를 기호로 나타낸 것을 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$
③ $B \subset A \subset C$ ④ $B \subset C \subset A$
⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$A = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$

$B = \{4, 8, 12\}$

$C = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$

$\therefore B \subset A \subset C$

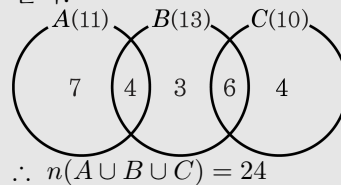
11. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 11$, $n(B) = 13$, $n(C) = 10$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cup C) = 17$, $A \cap C = \emptyset$ 일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수는?

[배점 5, 중상]

- ① 12 ② 17 ③ 24 ④ 30 ⑤ 34

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



12. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 7미만의 자연수}\}$, $B = \{2, 3, 7, 8\}$ 에 대하여 $(B-A) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

> 64개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 3, 7, 8\}$
 $(B-A) \cup X = X$ 이므로 $(B-A) \subset X$,
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$,
 $\{7, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,
따라서, 집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 7, 8을 반드시 포함하는 집합이므로
 $2^{8-2} = 2^6 = 64$ (개)이다.

13. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

[배점 5, 상하]

> 9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.
집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,
 $A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4쌍이 될 수 있다.
 $A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2쌍이 될 수 있다.
 $A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2쌍이 될 수 있다.
 $A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1쌍이 될 수 있다.
 $\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9$ (쌍)

14. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 23, n(B) = 16, n(A-B) = 14$ 일 때 $n(B-A)$ 는?

[배점 5, 상하]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$n(A-B) = n(A) - n(A \cap B)$ 이므로 $14 = 23 - n(A \cap B)$, $n(A \cap B) = 9$
 $\therefore n(B-A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - 9 = 7$ 이다.

15. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 10 이하의 홀수}\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B-A$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

> $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$
 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $n(U) = 9$, $n(A \cup B) = 9$ 이므로
 $A \cup B = U \dots \text{①}$
 $n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset \dots \text{②}$
① 과 ② 에 의하여
 $B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$