

확인 2

1. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$2^n = 8 \therefore n = 3$$

2. 두 집합 $A = \{3, 4\}$, $B = \{2, 3, x\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

➤ 4

해설

집합 A 의 모든 원소가 집합 B 에 포함 되어야 하므로 집합 B 에 원소 4 가 있어야 한다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $n(\{\emptyset\}) = 1$
 ㉡ $A \subset B$ 이면, $n(A) \leq n(B)$ 이다.
 ㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 크고 } 3 \text{보다 작은 홀수}\}) = 2$
 ㉣ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 크고 } 3 \text{보다 작은 홀수}\}) = 0$
 ㉣ 반례 : $A = \{2, 4\}$, $B = \{1, 3\}$

4. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 인 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 작은 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 큰 홀수}\}$
- ③ $A = \{1, 2, 2 \times 2, 2 \times 2 \times 2, 2 \times 2 \times 2 \times 2\}, B = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{\emptyset\}, B = \{0\}$
- ⑤ $A = \{6, 12, 18, 24, \dots\}, B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 6 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$ 이므로 포함관계 없음.
- ② $A = \{1, 3, \dots, 99\}, B = \{11, 13, 15, \dots\}$ 이므로 포함관계 없음.
- ③ $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}, B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 $A = B$
- ④ $A = \{\emptyset\}, B = \{0\}$ 이므로 포함관계 없음.
- ⑤ $A = \{6, 12, 18, 24, \dots\}, B = \{6, 12, 18\}$ 이므로 $B \subset A$

5. 두 집합 $A = \{0, 5, 6\}, B = \{x - 2, x + 4, 5\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$A = B \text{ 이므로 } x - 2 = 0, x + 4 = 6 \\ \therefore x = 2$$

6. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{보다 크고 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합인 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① \emptyset ② $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{2\}$ ④ $\{3, 5\}$
- ⑤ $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$$A = \{3, 4, 5, 6\} \text{ 이므로} \\ \emptyset \subset A, \{3, 5\} \subset A$$

7. 집합 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중에서 원소 b, d 를 포함하는 부분집합을 모두 구하여라. [배점 3, 하상]

- $\{b, d\}$
- $\{a, b, d\}$
- $\{b, c, d\}$
- $\{a, b, c, d\}$

해설

원소 b, d 을 제외한 $\{a, c\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면

$\emptyset, \{a\}, \{c\}, \{a, c\}$ 이고,
 그 각각의 부분집합에 원소 b, d 를 넣으면,
 $\{b, d\}, \{a, b, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}$ 이다.

8. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 16개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

- 4

해설

$$2^n = 16 \therefore n = 4$$

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

(단, 소수는 1보다 큰 자연수 중에 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) [배점 4, 중중]

- ① $4 \in A$
- ② $\emptyset \in A$
- ③ $\{3, 7\} \in A$
- ④ $\{x \mid x = 2 \times n, n = 1, 2, 3, 4\} \subset A$
- ⑤ $A \subset \{2, 3, 5, 7\}$

해설

- ① $4 \notin A$
- ② $\emptyset \subset A$
- ③ $\{3, 7\} \subset A$
- ④ $\{2, 4, 6, 8\} \not\subset A$
- ⑤ $A \subset \{2, 3, 5, 7\}$

10. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $d \in A$
- ② $a \notin A$
- ③ $\emptyset \in A$
- ④ $\{\emptyset\} \subset A$
- ⑤ $\{c\} \subset A$

해설

- ① $d \notin A$
- ② $a \in A$
- ③ $\emptyset \subset A$
- ④ \emptyset 이 집합 A 의 원소가 아니므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

11. 다음 중 옳은 것을 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ② $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
- ③ $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 1$
- ④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$
- ⑤ $n(\{x \mid x \text{는 mathematics에 있는 알파벳}\}) = 11$

해설

- ① $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이거나 $A \not\subset B$
- ③ $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 0 + 1 + 1 = 2$
- ④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$
- ⑤ $n(\{m, a, t, h, e, i, c, s\}) = 8$

12. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 2, 6\}) = 0$ 이다.
- ③ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 6$ 이다.
- ⑤ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

해설

- ③ 반례: $A = \{1, 3\}, B = \{2, 4, 6\}$

13. 집합 $\{1, 2\} \subset X \subset \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 4개

해설

$\{1, 2\} \subset X \subset \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 이므로
 집합 X 는 $\{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 의 부분집합 중
 1, 2 를 포함하는 집합이다.
 따라서 집합 X 의 개수는 $2^{4-2} = 4$ (개)

14. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 에 대하여, 다음 중 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 는?

[배점 4, 중중]

- ① $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ② $B = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ③ $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
- ④ $B = \{x \mid x \text{는 } 14 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.
 따라서 보기 중 A 와 B 가 같은 것을 찾는다.

- ① $B = \{1, 3, 5, \dots, 19\}$
- ② $B = \{1, 2, 3, \dots, 13\}$
- ③ $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$
- ④ $B = \{1, 3, 5, \dots, 13\}$
- ⑤ $B = \{2, 3, 4, \dots, 15\}$

15. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{3, 6, 15, a \times 2, b + 15, 9\}$ 가 서로 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, $b > 0$) [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$,
 $B = \{3, 6, 9, 15, a \times 2, b + 15\}$ 이므로,
 $a \times 2 = 12$, $b + 15 = 18$ 또는 $a \times 2 = 18$, $b + 15 = 12$ 이어야 한다.
 하지만 조건에서 $b > 0$ 이라 했으므로 $a \times 2 = 12$, $b + 15 = 18$ 이다.
 따라서 $a = 6$, $b = 3$ 이고, $a + b = 9$ 이다.

16. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, \square 안에 알맞은 자연수의 개수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A \subset B$ 이면 \square 는 8의 약수이어야 한다. 따라서 \square 는 1, 2, 4, 8의 4개이다.

17. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 13 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 1, 3을 반드시 포함하고 9는 포함하지 않는 부분집합 중 원소의 개수가 4개인 것은 몇 개인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

> 3개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 원소 1, 3, 9를 제외한 $\{5, 7, 11\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 것은 $\{5, 7\}, \{7, 11\}, \{9, 11\}$ 3개이므로, 1, 3을 반드시 포함하고 9는 포함하지 않는 A 의 부분집합은 $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 7, 11\}, \{1, 3, 9, 11\}$ 이다.

18. 세 집합 $A = \{x | x \text{는 } 1 \text{을 제외한 } 4 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 20 \text{이하의 짝수}\}$, $X = \{2, 4, 6, \dots, n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차는? [배점 5, 중상]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.
 따라서 $A = \{2, 4\} = X$, $n = 4$ (최솟값)
 $B = \{2, 4, 6, \dots, 20\} = X$, $n = 20$ (최댓값)
 $\therefore 20 - 4 = 16$

19. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 가 되지 않는 경우를 모두 고른 것은?

보기

- | | |
|-------------------------------|-------------------------|
| $\textcircled{1} A \subset C$ | $\textcircled{4} A = C$ |
| $\textcircled{2} C \subset A$ | $\textcircled{5} A = B$ |

[배점 5, 중상]

- ① $\textcircled{1}, \textcircled{4}$ ② $\textcircled{1}, \textcircled{5}$
 ③ $\textcircled{1}, \textcircled{4}, \textcircled{5}$ ④ $\textcircled{1}, \textcircled{4}, \textcircled{5}$
 ⑤ $\textcircled{1}, \textcircled{4}, \textcircled{5}, \textcircled{2}$

해설

$\textcircled{1} A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $A = B = C$ 가 아니어도 항상 $A \subset C$ 이다.
 $\textcircled{2} A = B \subset C$ 일 때, $C \subset B$ 인지 알 수 없으므로 $A = B = C$ 가 아니다.

20. 두 집합 $A = \{1, 5, a\}$, $B = \{5, 7, b\}$ 이고 $A \subset B$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것을 골라라.

- | | |
|-------------------------------|-------------------------|
| $\textcircled{1} a = 5$ | $\textcircled{4} b = 1$ |
| $\textcircled{2} B \subset A$ | $\textcircled{5} A = B$ |
| $\textcircled{3} a + b = 8$ | |

[배점 5, 중상]

 $\textcircled{1}$

해설

$A \subset B$ 조건을 만족하기 위해선 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 안에 포함되어야 하므로 $b = 1$ 이고, a 는 1, 5, 7 중 한 가지가 되어야하지만 이미 집합 A 에 1, 5 가 존재하므로 $a = 7$ 이 되어 $A = B$ 가 된다.

$\textcircled{1} a = 7$

21. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

$$A \subset C, B \subset C, C \subset E, D \subset E$$

[배점 5, 중상]

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다.
- ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다.
- ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다.
- ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다.
- ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다.

해설

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
- ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
- ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다. → $D \subset B, B \not\subset D$ 일 수 있다.
- ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다. → $E \subset D$ 이면, $D = E$ 이고 $A \subset E$ 이므로 $A \subset D$ 이다.
- ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다. → $B = C = E$ 일 수 있다.

22. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 X 라고 하자.

집합 X 의 모든 원소들의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 28

해설

$$A = \{1, 2, 4\}$$

$$X : \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\},$$

$$\{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$$

집합 X 의 원소들의 합에는 1, 2, 4가 각각 4번씩 더해지므로 $(1 + 2 + 4) \times 4 = 28$

23. 집합 $A = \{x \mid x = 10 \times a + 2, a = 1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대해서, 원소 52 또는 72를 포함하는 부분집합의 개수는?
[배점 5, 중상]

- ① 24개 ② 26개 ③ 28개
- ④ 32개 ⑤ 36개

해설

$A = \{12, 32, 52, 72, 92\}$ 원소 52를 포함하는 부분집합의 개수 : $2^{5-1} = 16$ 개

원소 72를 포함하는 부분집합의 개수 : $2^{5-1} = 16$ 개

원소 52, 72를 포함하는 부분집합의 개수 : $2^{5-2} = 8$ 개

원소 52 또는 72를 포함하는 부분집합의 개수 : $16 + 16 - 8 = 24$ 개

24. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여 $f(P) = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N$ 이라 정의한다.

집합 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 할 때, $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16})$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

 240

해설

$A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 두면,
 집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{4-1} = 8$ (번) 씩 나온다.
 따라서 $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16}) = 8 \times (3 + 6 + 9 + 12) = 240$

25. 자연수 N 에 대해 $A_N = \{x | x \text{는 } N \text{보다 작은 소수}\}$ 로 정의한다. A_N 의 진부분집합의 개수가 15 개일 때, N 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

[배점 5, 상하]

 19

해설

A_N 의 진부분집합의 개수 : 15 개
 $\rightarrow A_N$ 의 부분집합의 개수 : 16 개
 $\rightarrow 2^{n(A_N)} = 16, n(A_N) = 4$,
 A_N 은 N 보다 작은 소수를 원소로 가지므로 원소의 개수가 4 개가 되려면 $A_N = \{2, 3, 5, 7\}$,
 따라서 N 의 최솟값은 8 , 최댓값은 11 이므로 N 의 최댓값과 최솟값의 합은 19