

실력 확인 문제

1. 다음 중 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 한 자리의 홀수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 10 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 5 이하의 자연수 중 2로 나누었을 때 나머지가 1인 수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 5보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 1보다 큰 한 자리의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ② $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{1, 3\}$
- ⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

2. 다음 중 주어진 조건에 의해 그 대상을 분명히 알 수 있는 것이 아닌 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① 2 보다 작은 짝수의 모임
- ② 암기력이 좋은 사람들의 모임
- ③ 분자가 3 인 분수의 모임
- ④ 4 보다 작은 4 의 배수의 모임
- ⑤ 작은 수들의 모임

해설

- ② ‘암기력이 좋은’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.
- ⑤ ‘작은’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 10 이하의 2의 배수}\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하라. [배점 3, 중하]

 5개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4개인 부분집합 X 는 $\{2, 4, 6, 8\}, \{2, 4, 6, 10\}, \{2, 4, 8, 10\}, \{2, 6, 8, 10\}, \{4, 6, 8, 10\}$ 의 5개이다.

4. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 빈 칸에 알맞은 기호는?

$A \square B$

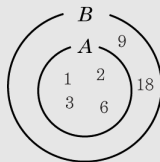
[배점 3, 중하]

- ① $\subset$ ② $\supset$ ③ $\in$ ④ $\ni$ ⑤ $=$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$



5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 6\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 } 6 \text{의 배수}\}$
 ③ $\{3, 6\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

집합 $B = \{1, 2, 3\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $6 \in A$

집합 A 는 원소 6을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x \mid x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\} = \{5, 6\} \not\subset \{1, 2, 3, 6\}$

6. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는
 $2^{10-2-7} = 2^1 = 2$ (개)

7. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \times x = 7 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

➤ 1 개

해설

$A = \emptyset$ 이므로 모든 집합의 부분집합에는 $\emptyset$ 과 자기 자신이 포함되는데 $\emptyset$ 은 $\emptyset$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개이다.

8. 세 집합

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$B = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\},$$

$$C = \{x | x \text{는 } 15 \text{의 약수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(A) + n(B) + n(C) \text{의 값을 구하여라.}$$

[배점 4, 중중]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$$

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 5 를 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

집합 A 의 원소의 개수는 n 개 이므로 원소 2, 5 를 포함하는 부분집합의 개수는

$$2^{n-2} = 32 = 2^5 \quad \therefore n = 7$$

10. 다음 조건을 만족하는 두 집합 A, B 에 대하여 a 의 값을 모두 구하여라.

$$\begin{aligned} A &= \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} \\ B &= \{1, 2, a\} \\ B &\subset A \end{aligned}$$

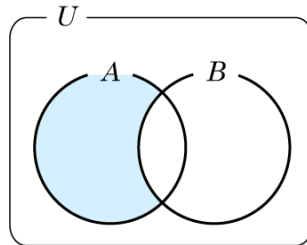
[배점 5, 중상]

- ☒ 3
- ☒ 4
- ☒ 6
- ☒ 12

해설

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \\ B &\subset A \text{ 이므로 } a \in A \\ \therefore a &= 3 \text{ 또는 } a = 4 \text{ 또는 } a = 6 \text{ 또는 } a = 12 \end{aligned}$$

11. 다음 중 벤다이어그램의 색칠한 부분을 나타낸 것은?



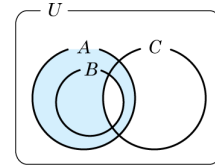
[배점 5, 중상]

- ① A^c
- ② $B - A^c$
- ③ $A \cap B^c$
- ④ $A \cup B^c$
- ⑤ $B \cap A^c$

해설

$$A \cap B^c = A - B$$

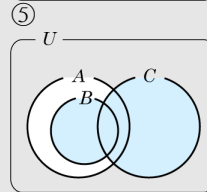
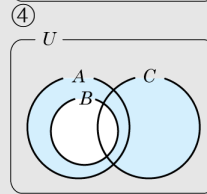
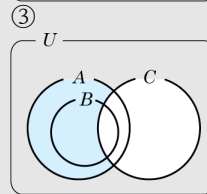
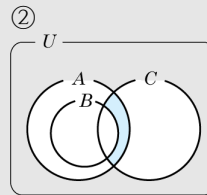
12. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합을 골라라.



[배점 5, 중상]

- ① $A - (B \cap C)$
- ② $(A - B) \cap C$
- ③ $(A \cup B) - C$
- ④ $(A \cup C) - B$
- ⑤ $(A \cap B) \cup C$

해설



13. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 서로 같은 집합을 고르면?

㉠ A	㉡ $B - A$
㉢ $A \cap B$	㉣ $\emptyset$
㉤ $A - B^c$	㉥ $A^c \cup B^c$

[배점 5, 상하]

> ㉠

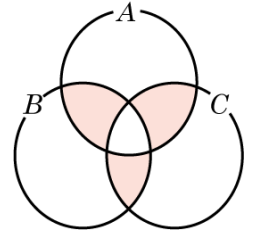
> ㉢

> ㉤

해설

$A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$,
 $A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B = A$
 따라서 ㉠, ㉢, ㉤ 이 A 로 같다.

141 에서 100 까지의 자연수 중에서 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 속하는 원소의 개수를 구하여라.



[배점 5, 상하]

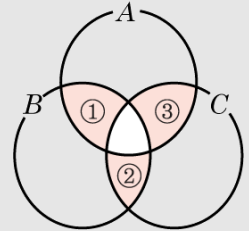
> 23 개

해설 부분 ①, ②, ③ 의 원

소의 개수를 a, b, c 라 하면

$$a = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) \cdots \text{㉠}, b = n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C) \cdots \text{㉡},$$

$$c = n(C \cap A) - n(A \cap B \cap C) \cdots \text{㉢}$$



$$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B) = 16,$$

$$B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\} \therefore n(B \cap C) = 6$$

$$C \cap A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 배수}\} \therefore n(C \cap A) = 10$$

$$A \cap B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B \cap C) = 3$$

㉠, ㉡, ㉢ 에 의해

$$a + b + c$$

$$= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3 \times n(A \cap B \cap C)$$

$$= 16 + 6 + 10 - 9 = 23$$

15. 재원이네 반 학생 42명 중 야구를 좋아하는 학생이 26명, 축구를 좋아하는 학생이 24명이다. 야구와 축구를 둘 다 좋아하는 학생이 12명 일 때, 야구와 축구를 모두 좋아하지 않는 학생 수는? [배점 5, 상하]

- ① 0명 ② 1명 ③ 2명
④ 3명 ⑤ 4명

해설

야구를 좋아하는 학생의 집합을 A , 축구를 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면

$n(U) = 42, n(A) = 26, n(B) = 24, n(A \cap B) = 12$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 50 - 12 = 38$

이므로

$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 42 - 38 = 4$