

실력 확인 문제

1. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 25 \text{미만인 } 5 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 13 < x < 15 \text{인 홀수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

➤ 4

해설

$A = \{5, 10, 15, 20\}$, $B = \emptyset$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 4 - 0 = 4$

2. 다음 중 집합 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x | x \text{는 } 9 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ② $\{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x | x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
- ④ $\{x | x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x | x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 수}\}$

해설

④ $\{1, 3, 5, 7\}$

3. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 81 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

➤ 32개

해설

$A = \{1, 3, 9, 27, 81\}$
 (부분집합의 개수) $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32(\text{개})$

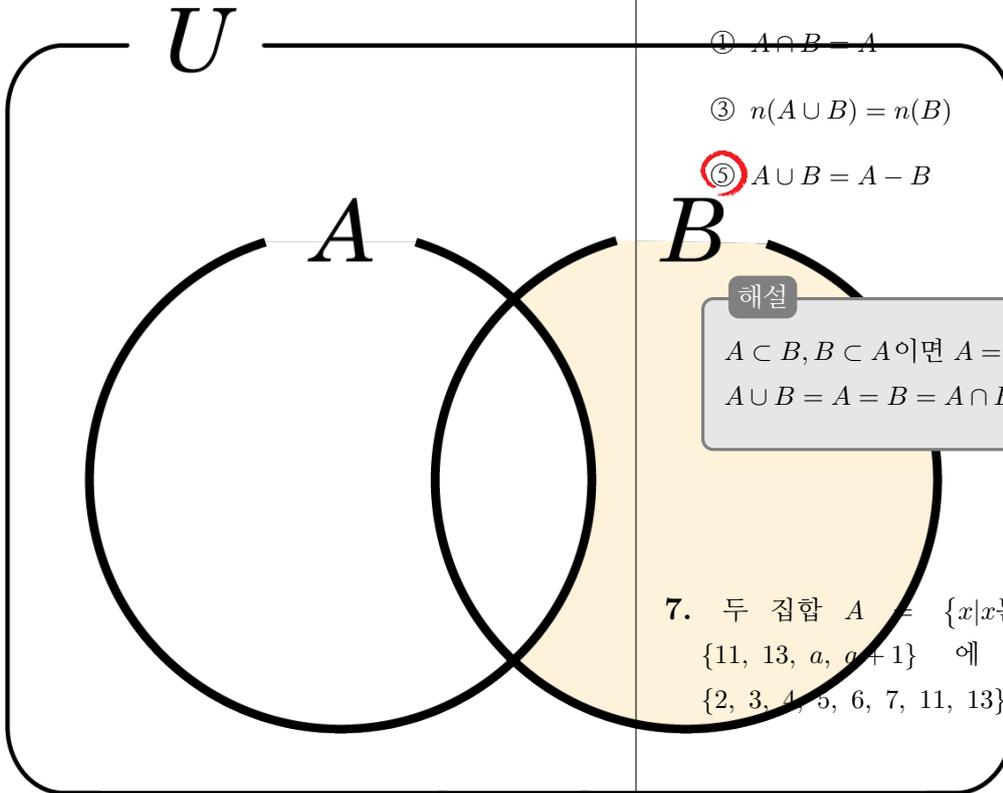
4. 집합 $A = \{3, 5, 7\}$ 의 부분집합을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① $\{\emptyset\}$ ② $\{3, 4, 5\}$ ③ $\{3\}$
- ④ $\{\{7\}\}$ ⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}$

5. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 것이 아닌 것은?

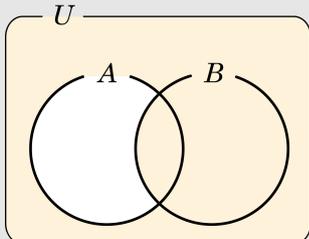


[배점 4, 중중]

- ① $B - A$
- ② $A^c \cap B$
- ③ $A^c \cup B$
- ④ $B - (A \cap B)$
- ⑤ $(A \cup B) - A$

해설

③ $A^c \cup B$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



6. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 옳지 않은 것은? (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset, U$ 는 전체집합)

[배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = A$
- ② $A \cap B = A \cup B$
- ③ $n(A \cup B) = n(B)$
- ④ $n(A) = n(A \cap B)$
- ⑤ $A \cup B = A - B$

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로
 $A \cup B = A = B = A \cap B, A - B = \emptyset$

7. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 15 \text{미만의 소수}\}, B = \{11, 13, a, a+1\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 일 때, a 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 2
- ② 5
- ③ 6
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}, A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 이므로 $6 \in B$

(i) $a = 6$ 일 때,

$B = \{6, 8, 11, 13\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 11, 13\}$ (×)

(ii) $a + 1 = 6$ 일 때,

$a = 5$ 이므로 $B = \{5, 6, 11, 13\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$

따라서 $a = 5$ 이다.

8. 다음 보기에서 집합에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $n(\{0\}) = 1$
- ㉡ $\{1, 2\} \supset \{2, 1\}$
- ㉢ $\{1, 2, 3, \dots, 100\} \supset \{1, 100\}$
- ㉣ $n(\{2, 3, 5, 7\}) = n(\{0, \{\emptyset\}, \emptyset, \{0\}\})$
- ㉤ $n(\{1, 10, \{1, 10\}\}) = 4$

[배점 4, 중중]

➤ ㉤

해설

㉤ $n(\{1, 10, \{1, 10\}\}) = 3$

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$\{1, 3\} \subset X \subset A, n(X) = 4$

[배점 5, 중상]

➤ 3개

해설

X 는 원소 1, 3 을 뺀 $\{2, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 부분집합에 원소 1, 3 을 포함시킨 $\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}$ 의 3개이다.

10. 두 집합 $A = \{2a, a+6, 3a-1\}, B = \{2a+1, a+2, 8\}$ 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

➤ 2

해설

$A = B$ 이므로 $8 \in A$

$2a = 8$ 또는 $a + 6 = 8$ 또는 $3a - 1 = 8$

(i) $2a = 8$ 일 때, $a = 4$

$A = \{8, 10, 11\}, B = \{6, 8, 9\}$

$A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $a + 6 = 8$ 일 때, $a = 2$

$A = \{4, 5, 8\}, B = \{4, 5, 8\}$

$A = B$ 이므로 조건에 적합.

(iii) $3a - 1 = 8$ 일 때, $a = 3$

$A = \{6, 8, 9\}, B = \{5, 7, 8\}$

$\therefore A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(i), (ii), (iii) 으로부터 $a = 2$

11. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 5, 중상]

- ① $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{1, 5\}) = 3$
- ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ⑤ $n(\{x|x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}) = n(\{x|x \text{는 } 14 \text{의 약수}\})$

해설

- ① $3 - 2 = 1$
- ② 예를 들면, $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 일 때, $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$ 이다.
- ④ 예를 들면, $A = \{0\}$, $B = \{1, 2\}$ 일 때, $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 5, 10\}) = 4$, $n(\{1, 2, 7, 14\}) = 4$

12. 두 집합 $A = \{3, a+1, 9\}$, $B = \{a-1, a, a+3\}$ 에 대하여 $A - B = \{5, 9\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

➤ 4

해설

$A - B = \{5, 9\}$ 이므로 $5 \in A$ 이다.
 $a + 1 = 5$
 $\therefore a = 4$

13. 자연수 p 에 대하여 A_p 는 100 이하인 p 의 배수의 집합을 나타낼 때, $n(A_2 \cup A_4 \cup A_6 \cup A_8 \cup A_{10})$ 의 값을 구한 것은?
[배점 5, 상하]

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$A_2 = \{2, 4, \dots, 100\}$
 $A_4 = \{4, 8, \dots, 100\}$
 $A_6 = \{6, 12, \dots, 100\}$
 $A_8 = \{8, 16, \dots, 100\}$
 $A_{10} = \{10, 20, 30, \dots, 100\}$
 $A_2 \cup A_4 \cup A_6 \cup A_8 \cup A_{10} = A_2$
 100 이하인 2의 배수의 집합이므로 50 개이다.

14. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x | k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

➤ 10

해설

$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$
 $A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$
 $A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$
 \vdots
 $A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$
 $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$
 $\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10}) = 10$

15. 두 집합 $A = \{4, 3a, \frac{3}{a} + 1\}$, $B = \{a, a + 1, 4a - 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

 3

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 2는 A 의 원소이다.

(i) $3a = 2$ 이면 $a = \frac{2}{3}$

$A = \{\frac{11}{9}, 2, 4\}$, $B = \{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\}$

$A - B = A$ 이므로 문제의 조건과 맞지 않는다.

(ii) $\frac{a}{3} + 1 = 2$ 이면 $a = 3$

$A = \{2, 4, 9\}$, $B = \{3, 4, 9\}$

$A - B = \{2\}$ 이므로 문제의 조건에 적합

$\therefore a = 3$