

1. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은? [배점 5.0, 상하]

① $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$

② $\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$

③ $\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$

④ $\frac{1}{2^2 \times 3^2}$

⑤ $\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

2. $32 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 수 중 20 보다 작은 수의 개수를 구하면?

[배점 5.0, 상중]

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

$$32 = 2^5 \text{ 이므로}$$

a 가 될 수 있는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서 a 가 될 수 있는 20 보다 작은 수는 2, 2^3 , 2×3^2 , 즉 3 개이다.

3. 150 에 가장 가까운 9 의 배수를 구하여라.

[배점 5.0, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 153

해설

$9 \times 16 = 144$, $9 \times 17 = 153$ 이므로 150 에 가장 가까운 9 의 배수는 153 이다.

4. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라. [배점 4.5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 4\}$$

$$1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 4 = 4, 2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 4 = 8, 3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12$$

$$A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$$

$$\therefore n(A \times B) = 7$$

5. 어떤 분수에 $\frac{20}{9}$, $\frac{25}{12}$ 의 어느 것을 곱하여도 그 결과는 자연수라고 한다. 이를 만족하는 분수 중 가장 작은 분수를 A 라 할 때, $A \times \frac{20}{9}$ 을 구하여라.

[배점 4.5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

구하려는 분수를 $A = \frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{20}{9} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 9 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 20 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{25}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 25 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 공배수})}{(20, 25 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{1} \text{이다.}$$

①을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 최소공배수})}{(20, 25 \text{의 최대공약수})}$$

$$A = \frac{b}{a} = \frac{36}{5}$$

$$\text{따라서 } A \times \frac{20}{9} = \frac{36}{5} \times \frac{20}{9} = 4 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

6. $10010_{(2)} \div 7$ 의 몫과 나머지를 이진법의 수인 $a_{(2)}$, $b_{(2)}$ 라 할 때, a 와 b 를 각각 구하여라. [배점 4.5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 10$

▷ 정답 : $b = 100$

해설

$$10010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 = 18$$

$$18 = 7 \times 2 + 4 \text{ 이므로}$$

$$\text{몫 } 2 = 10_{(2)} \quad \therefore a = 10$$

$$\text{나머지 } 4 = 100_{(2)} \quad \therefore b = 100$$

7. 다음 중 168 의 소인수들의 집합은?

[배점 4.0, 중중]

① $\{1_{(2)}, 10_{(2)}, 101_{(1)}\}$

② $\{1_{(2)}, 11_{(2)}, 111_{(1)}\}$

③ $\{10_{(2)}, 11_{(2)}, 101_{(1)}\}$

④ $\{10_{(2)}, 11_{(2)}, 111_{(1)}\}$

⑤ $\{1_{(2)}, 11_{(2)}, 1111_{(1)}\}$

해설

$168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이므로 168 의 소인수는 2, 3, 7 이다.

$10_{(2)} = 2$, $11_{(2)} = 2+1 = 3$, $111_{(1)} = 4+2+1 = 7$ 이므로 소인수들의 집합은 ④번이다.

8. $10001_{(2)}$ 과 $10111_{(2)}$ 사이에 있는 짝수의 개수를 구하여라. [배점 4.0, 중중]

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3개

해설

이진법으로 나타낸 수를 십진법으로 나타내면

$$10001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 1 = 16 + 1 = 17$$

$$10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 4 + 2 + 1 = 23$$

따라서 17과 23 사이에 있는 짝수의 개수는 18, 20, 22 의 3개이다.

9. 불이 켜진 전구는 1, 불이 꺼진 전구는 0 으로 생각하면 3개의 전구를 사용하여 0, 1, 2, ..., 7 까지의 수를 이진법으로 나타낼 수 있다. 이와 같은 방법으로 30 을 이진법으로 나타내려면 적어도 몇 개의 전구가 필요한가? [배점 3.5, 하상]

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$$30 = 11110_{(2)}$$

이진법으로 다섯 자리 수이므로 5 개이다.

10. 세 집합 $A = \{1, 4, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 5, 9, 10\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3.5, 하상]

- ① $A \cap B = \{4\}$
② $B \cap C = \emptyset$
③ $A \cup C = \{1, 9, 10\}$
④ $(A \cap B) \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$
⑤ $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

해설

$$\textcircled{3} A \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$$