

회전체-입체도형의 겉넓이와 부피

February 8, 2011 Teacher Name: 홍순희 Student Name: 안정인

1. 겉넓이가 $100\pi\text{cm}^2$ 인 구의 부피를 구하여라.

[배점 5.0, 상하]

▶ 답: cm^3

▷ 정답: $\frac{500}{3}\pi\text{cm}^3$

해설

$$4\pi r^2 = 100\pi$$

$$r = 5(\text{cm})$$

따라서 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 5^3 = \frac{500}{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

2. 좌표평면 위의 두 점 $A(9, 36)$, $B(12, 36)$ 과 원점 O 에 대하여 삼각형 ABO 를 y 축을 회전축으로 하여 만든 회전체가 있다. 이 회전체를 $(0, 24)$ 를 지나면서 x 축에 평행한 직선을 포함하는 평면으로 자른 단면의 넓이를 S , $(0, 12)$ 를 지나면서 x 축에 평행한 직선을 포함하는 평면으로 자른 단면의 넓이를 P 라고 할 때, $\frac{S}{P}$ 의 값을 구하여라. [배점 5.0, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

회전체의 단면은 그림과 같다.

$\triangle OEF$ 와 $\triangle ODG$ 와 $\triangle OCA$ 는 모양이 같고 크기가 다른 삼각형이다. 따라서

$$\overline{OE} : \overline{OD} : \overline{OC} = \overline{EF} : \overline{DG} : \overline{CA} = 1 : 2 : 3$$

$$\therefore \overline{EF} = 3, \overline{DG} = 6$$

또 $\triangle OEI$ 와 $\triangle ODH$ 와 $\triangle OCB$ 는 모양이 같고 크기가 다른 삼각형이다. 따라서

$$\overline{OE} : \overline{OD} : \overline{OC} = \overline{EI} : \overline{DH} : \overline{CB} = 1 : 2 : 3$$

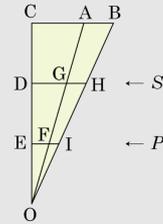
$$\therefore \overline{EI} = 4, \overline{DH} = 8$$

S 와 P 는 큰 원에서 작은 원을 뺀 넓이이다.

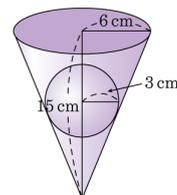
$$\therefore S = \pi \times 8^2 - \pi \times 6^2 = 28\pi$$

$$\therefore P = \pi \times 4^2 - \pi \times 3^2 = 7\pi$$

따라서 $\frac{S}{P} = \frac{28\pi}{7\pi} = 4$



3. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6cm, 높이가 15cm인 원뿔모양의 그릇에 반지름의 길이가 3cm인 구를 넣었더니 완전히 들어갔다. 이 그릇에 물을 가득 채운 후 구를 다시 뺄 때, 남은 물의 부피를 구하여라.



[배점 5.0, 상하]

▶ 답: πcm^3

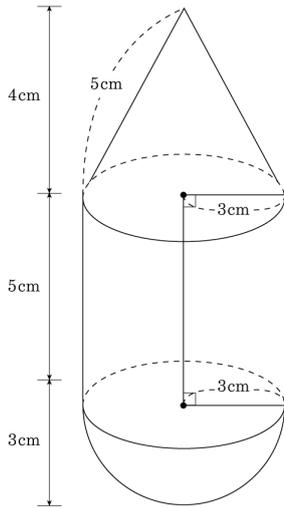
▷ 정답: $1444\pi\text{cm}^3$

해설

남은 물의 부피는

$$\begin{aligned} & (\text{원뿔의 부피}) - (\text{구의 부피}) \\ &= \frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 15 - \frac{4}{3}\pi \times 3^3 \\ &= 180\pi - 36\pi \\ &= 144\pi \\ \therefore (\text{남은 물의 부피}) &= 144\pi(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같은 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



[배점 4.5, 중상]

▶ **답:** cm^2

▷ **정답:** $63\pi \text{ cm}^2$

해설

윗부분 원기둥의 옆면:

$$S_1 = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2} \times 5 \times 6\pi = 15\pi(\text{cm}^2)$$

가운데 원기둥의 옆면: $S_2 = 5 \times 6\pi = 30\pi(\text{cm}^2)$

아래 반구: $S_3 = 4\pi \times 9 \times \frac{1}{2} = 18\pi(\text{cm}^2)$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 15\pi + 30\pi + 18\pi = 63\pi(\text{cm}^2)$$

5. 다음 중 옳은 것은?

보기

- | | |
|--------|--------|
| ㉠ 삼각기둥 | ㉡ 원뿔 |
| ㉢ 원기둥 | ㉣ 정팔면체 |
| ㉤ 직육면체 | ㉥ 오각기둥 |
| ㉦ 삼각뿔 | ㉧ 구 |
| ㉨ 원뿔대 | |

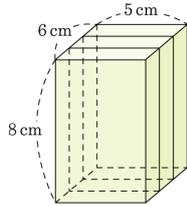
[배점 4.5, 중상]

- ① 다면체는 ㉠, ㉢, ㉤, ㉥이다.
- ② 회전체는 ㉡, ㉢, ㉧이다.
- ③ 옆면의 모양이 사각형인 입체도형은 ㉠, ㉢, ㉤, ㉥이다.
- ④ 두 밑면이 평행한 입체도형은 ㉠, ㉢, ㉤, ㉥이다.
- ⑤ 각 면이 모두 합동이고, 각 꼭짓점에 모인 모서리의 개수가 같은 다면체는 ㉥이다.

해설

- ① 다면체는 ㉠, ㉢, ㉤, ㉥, ㉦이다.
- ② 회전체는 ㉡, ㉢, ㉧, ㉨이다.
- ④ 두 밑면이 평행한 입체도형은 ㉠, ㉢, ㉤, ㉥, ㉨이다.
- ⑤ 각 면이 모두 합동이고, 각 꼭짓점에 모인 모서리의 개수가 같은 다면체는 ㉥이다.

6. 다음 그림과 같은 직육면체를 3 등분 했을 때, 늘어나는 겉넓이를 구하여라.



[배점 4.5, 중상]

▶ 답: cm^2
 ▷ 정답: 160 cm^2

해설

직육면체를 3 등분하면 가로, 세로의 길이가 각각 5cm, 8cm 인 직사각형이 잘린 면 양쪽으로 4 개 늘어난다.

$\therefore (\text{늘어나는 겉넓이}) = 4 \times (5 \times 8) = 160(\text{cm}^2)$

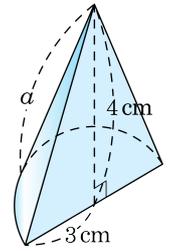
7. 한 변이 8cm 인 정사각형이 밑면이고, 부피가 128cm^3 인 정사각뿔의 높이를 구하면? [배점 4.0, 중중]

- ① 2cm ② 4cm ③ 6cm
- ④ 8cm ⑤ 10cm

해설

$128 = \frac{1}{3} \times (8 \times 8 \times h), h = 6\text{cm}$

8. 다음 그림은 원뿔을 꼭짓점과 밑면의 지름을 지나는 평면으로 자른 입체도형이다. 이 입체도형의 겉넓이가 $(12\pi + 12) \text{ cm}^2$ 일 때, a 를 구하여라.



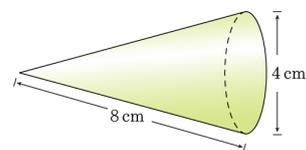
[배점 4.0, 중중]

▶ 답: cm
 ▷ 정답: 5 cm

해설

$$\begin{aligned} & \pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 3 \times a \times \frac{1}{2} + 6 \times 4 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{9}{2}\pi + \frac{3}{2}a\pi + 12 \\ &= 12\pi + 12(\text{cm}^2) \\ & \frac{9}{2} + \frac{3}{2}a = 12 \\ & a = 5 \end{aligned}$$

9. 밑면의 지름이 4cm, 모선의 길이가 8cm 인 원뿔 모양의 아이스크림이 있다. 이 원뿔 모양의 아이스크림의 옆면을 둘러싼 포장지의 넓이는?



[배점 3.5, 하상]

- ① $4\pi \text{ cm}^2$ ② $8\pi \text{ cm}^2$ ③ $16\pi \text{ cm}^2$
- ④ $20\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $24\pi \text{ cm}^2$

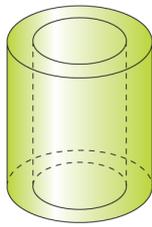
해설

부채꼴의 호의 길이는 밑면의 원의 둘레와 같다.

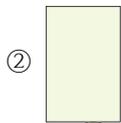
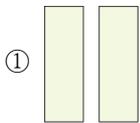
(부채꼴 호의 길이) = $2 \times 2\pi = 4\pi$ 이다.

따라서 $S = \frac{1}{2} \times 8 \times 4\pi = 16\pi$ 이다.

10. 다음 그림의 입체도형을 한 평면으로 여러 방향에서 잘랐을 때, 생길 수 있는 단면이 아닌 것은?



[배점 3.5, 하상]



해설

⑤ 삼각형은 나올 수 없다.