[pre–test]

집합의 정의-집합의 표현

Test Length: 10 items
Test Time: 60 minutes

February 8, 2011 Teacher Name: 홍순희 Student Name: 안정인

1. 집합 $A = \{a \mid a \in A$이면 $48 \div a \in A, a$는 자연수$\}$ 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5.0, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 124

해설

$A = \{a \mid a \in A$이면 $48 \div a \in A, a$는 자연수$\}$ 조건으로 집합 A 의 원소는 48 의 약수라는 것을 알 수 있다.

48 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 이므로

집합 A 의 모든 원소의 합은 $1+2+3+4+6+8+12+16+24+48 = 124$

2. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2+a_3+a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2} \times x \in A$ 이다.

[배점 5.0, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로 집합 A 를 구하면,

$\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n\} = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \cdots, (\frac{3}{2})^{(n-1)} \times a_1\right\}$

,

$a_2 = \frac{3}{2}$, $a_3 = \frac{9}{4}$, $a_5 = \frac{81}{16}$ 이다.

$\therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16}$

3. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \cdots, 18\}$ 를 조건제시법으로 올바르게 나타낸 것을 모두 골라라.

㉠ $A = \{x \mid 0 \le x \le 18$인 정수$\}$

㉡ $A = \{x \mid 1 < x \le 17$인 짝수$\}$

㉢ $A = \{x \mid x$는 20보다 작은 짝수$\}$

㉣ $A = \{x \mid x$는 18 이하의 짝수$\}$

㉤ $A = \{x \mid x$는 19 미만의 짝수$\}$

[배점 4.5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8, \cdots,\ 18\}$
$= \{x \mid x$는 20보다 작은 짝수$\}$
$= \{x \mid x$는 19 미만의 짝수$\}$
$= \{x \mid x$는 18 이하의 짝수$\}$

4. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

㉠ 우리 반에서는 100 m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1시간씩 달리기 연습을 한다.
㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.
㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.
㉣ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.
㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임
㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임
㉦ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

[배점 4.5, 중상]

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ '잘하는' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
㉡ '좋은' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
㉢ '잘하는' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
㉤ '비교적' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
㉥ '아름다운' 은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

5. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 모두 구하여 원소나열법으로 나타내어라.

㉠ 모든 원소는 20 이하의 자연수이다.
㉡ $2 \in A,\ 3 \in A$
㉢ $a \times b \in A,\ a \in A,\ b \in A$

[배점 4.5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18\}$

해설

$2 \in A,\ 3 \in A$ 이고, 모든 원소는 20 이하의 자연수이므로
$2 \times 2 = 4 \in A,\quad 2 \times 3 = 6 \in A$
$3 \times 3 = 9 \in A,\quad 3 \times 4 = 12 \in A,\quad 3 \times 6 = 18 \in A$
$4 \times 2 = 8 \in A,\quad 4 \times 4 = 16 \in A$

6. 5 이상 10 미만의 자연수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 4.0, 중하]

① $5 \notin A$ ② $7 \notin A$ ③ $8.5 \notin A$

④ $9 \in A$ ⑤ $10 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 5, 6, 7, 8, 9 이므로 $8.5 \notin A$ 이고 $9 \in A$ 이다.

7. 다음 보기 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 큰 컴퓨터들의 모임

㉡ 10 보다 큰 자연수들의 모임

㉢ MP3 를 많이 가진 학생들의 모임

㉣ 게임을 잘하는 학생들의 모임

㉤ 0 과 1 사이에 있는 자연수의 모임

㉥ 우리 반에서 PMP 를 가진 학생들의 모임

[배점 4.0, 중하]

① ㉡, ㉣ ② ㉤, ㉥ ③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

㉠ '큰' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

㉢ '많이' 라는 단어는 명확한 기준이 없으므로 집합이 될 수 없다.

㉣ '잘하는' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

㉤ 0 과 1 사이에는 자연수가 존재하지 않는다. 즉, 원소가 하나도 없는 집합을 의미한다. 그러므로 집합이다.

8. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n$ 는 5 미만의 자연수$\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

[배점 4.0, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $2 + 5 + 8 + 11 = 26$

9. 다음 중 집합인 것은? [배점 3.5, 하상]

① 키가 큰 학생들의 모임

② 1 보다 작은 자연수의 모임

③ 100 에 가장 가까운 수들의 모임

④ 아름다운 꽃들의 모임

⑤ 유명한 성악가의 모임

해설

② 1보다 작은 자연수의 모임은 공집합이므로 집합이다.
①, ③, ④, ⑤는 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

10. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

[배점 3.5, 하상]

① 100 이하 자연수들의 모임

② 작은 짝수들의 모임

③ 노래를 잘하는 학생들의 모임

④ 15보다 작은 소수들의 모임

⑤ 예쁜 꽃들의 모임

해설

'잘하는', '작은', '예쁜' 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.