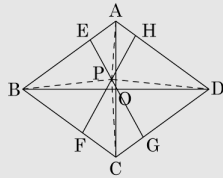


1. 한 변의 길이가 10 인 마름모 ABCD 의 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\overline{AO} = 6$, $\overline{BO} = 8$ 이다. 이 마름모의 내부에 한 점 P 를 잡고, 점 P 에서 마름모의 각 변 AB, BC, CD, DA 에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G, H 라 할 때, $\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}$ 의 값을 구하여라. [배점 5.0, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{96}{5}$

해설



위의 그림과 같이 점 P 와 마름모의 네 꼭짓점을 각각 선분으로 연결하면

$$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$$

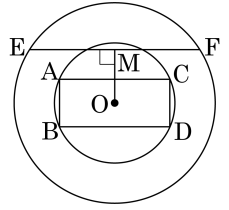
에서

$$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})$$

$$\overline{AO} = 6, \overline{BO} = 8 \text{ 이면 } \overline{AC} = 12, \overline{BD} = 16$$

$$\text{따라서 } \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{96}{5} \text{ 이다.}$$

2. 다음 그림과 같이 중심이 같은 두 원에서 작은 원에 내접하는 직사각형과 큰 원의 현인 선분 EF 가 있다. 원의 중심 O 에서 선분 EF 에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{AB} = 4$, $\overline{EF} = 3\overline{AB}$, $\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이고 두 원의 반지름의 길이의 차는 $2\sqrt{2}$ 일 때, 큰 원의 반지름의 길이를 구하여라. [배점 5.0, 상중]



▶ 답:

▶ 정답: $5\sqrt{2}$

해설

$$\overline{AB} = 4, \overline{EF} = 3\overline{AB} \text{ 이므로 } \overline{EF} = 12$$

원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 N 이라 하고

큰 원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$$\overline{AN} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} = 2, \overline{EM} = \frac{1}{2} \times \overline{EF} = 6$$

$$\overline{OA} = x - 2\sqrt{2}$$

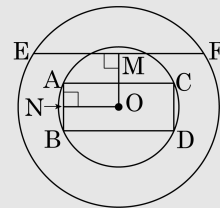
$$\text{삼각형 EOM 에서 } \overline{OM}^2 = x^2 - 6^2 \dots \textcircled{1}$$

$$\text{삼각형 ANO 에서 } \overline{ON}^2 = (x - 2\sqrt{2})^2 - 2^2 \dots \textcircled{2}$$

$$\text{이 때, } \overline{OM} = \overline{ON} = \frac{1}{2}\overline{AC} \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의하여 } x^2 - 6^2 = (x - 2\sqrt{2})^2 - 2^2$$

$$\therefore x = 5\sqrt{2}$$



3. 길이가 3, 4, 5, 6, 7 인 다섯 개의 선분 중, 3 개를 선택하여 삼각형을 만들 때, 만들어진 삼각형이 둔각 삼각형일 확률을 구하여라. [배점 5.0, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{2}$

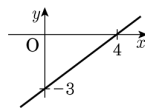
해설

다섯 개의 선분 중 세 개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (가지)이다.

이 중 둔각삼각형이 되는 경우는 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 제곱의 합보다 커야 하므로 (3, 4, 6), (3, 5, 6), (3, 5, 7), (3, 6, 7), (4, 5, 7) 의 5 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

4. 다음 그래프에서 직선의 기울기를 구하여라.



[배점 4.5, 중상]

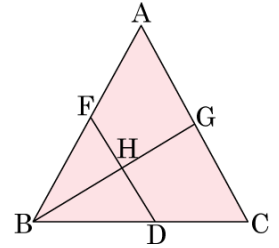
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})} = \frac{3}{4}$$

5. $\triangle ABC$ 에서 점 D, F, G 는 각각 세 변의 중점이다. $\triangle FBH = 6 \text{ cm}^2$ 일 때, $\square AFHG$ 의 넓이는?



[배점 4.5, 중상]

- ① 12 cm^2 ② 15 cm^2 ③ 16 cm^2

- ④ 18 cm^2 ⑤ 20 cm^2

해설

점 F, G 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로 $\overline{FG} \parallel \overline{BC}$ 이고 $\triangle HFG \equiv \triangle HDB$ 이다.

따라서 $\overline{BH} = \overline{HG}$ 이므로

$\triangle FBH = \triangle FHG = 6 (\text{cm}^2)$ 이다.

그리고 $\triangle GFB = \triangle GFA = 12 \text{ cm}^2$

따라서 $\square AFHG = \triangle HFG + \triangle GFA = 18 \text{ cm}^2$

6. 다음 수를 수직선 위에 표시할 때, 원점에서 가장 멀리 떨어진 것은? [배점 4.5, 중상]

- ① -8 ② $+4$ ③ 0

- ④ $+9$ ⑤ -13

해설

$0 < 4 < 8 < 9 < 13$ 이다.

따라서 -13 이 가장 멀리 떨어져 있다.

7. $x - y = 4$, $xy = 5$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하면? (단, $x > 0$, $y > 0$) [배점 4.5, 중상]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

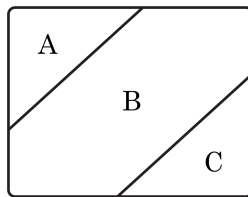
해설

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy = 4^2 + 4 \times 5 = 36$$

$$\therefore x + y = \pm\sqrt{36} = \pm 6$$

$x > 0$, $y > 0$ 이므로 $x + y = 6$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 3 개의 부분 A, B, C 로 나뉘어진 사각형이 있다. 4 가지 색으로 칠하려고 할 때, 칠할 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라. (단, 같은 색을 여러 번 사용해도 된다.)



[배점 4.0, 중하]

▶ 답 : 가지

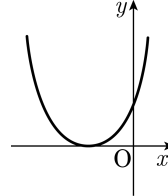
▶ 정답 : 64 가지

해설

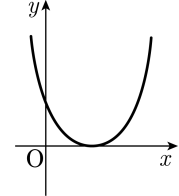
A, B, C 모두 네 가지 색을 다 쓸 수 있으므로
 $4 \times 4 \times 4 = 64$ (가지)

9. 일차함수 $y = ax + b$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$) 의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않을 때, 이차함수 $y = a(x - b)^2$ 의 그래프는? [배점 4.0, 중중]

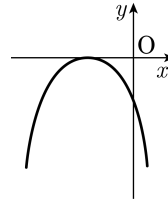
①



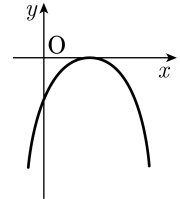
②



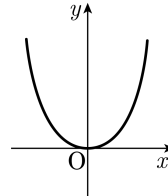
③



④



⑤

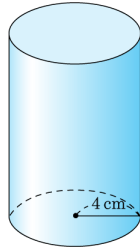


해설

$y = ax + b$ 의 그래프가 제 4 사분면을 지나지 않으므로 $a > 0$, $b > 0$ 이다.

$y = a(x - b)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이고, 꼭짓점은 y 축의 오른쪽에 있다.

10. 부피가 $192\pi\text{cm}^3$ 이고 밑면의 반지름의 길이가 4cm 인 원기둥의 높이는?



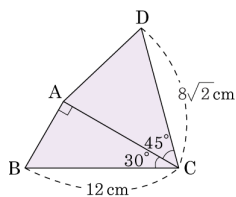
[배점 4.0, 중하]

- ① 8cm ② 10cm ③ 12cm
④ 14cm ⑤ 16cm

해설

원기둥의 높이를 h 라하면
 $192\pi = \pi \times 4^2 \times h$
 $\therefore h = 12\text{cm}$

11. 다음 그림과 같은 $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



[배점 4.0, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $42\sqrt{3}$

해설

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \overline{AC} = 6\sqrt{3}\text{cm}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 6\sqrt{3} \sin 30^\circ = 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2} \times 6\sqrt{3} \sin 45^\circ = 24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

따라서, $\square ABCD = 18\sqrt{3} + 24\sqrt{3} = 42\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

12. 반지름의 길이가 5cm 인 원의 중심에서 직선까지의 거리가 다음과 같을 때, 원과 직선이 두 점에서 만나는 것은? [배점 3.5, 하상]

- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm
④ 7cm ⑤ 8cm

해설

두 점에서 만나려면 $0 \leq d < r$ 을 만족해야 한다.
 $r = 5$ 이므로 만족하는 것은 $d = 4$ 뿐이다.

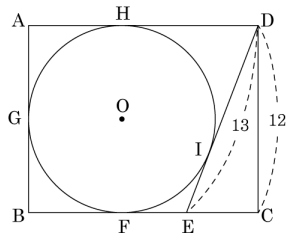
13. 다음 수를 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 세 번째에 있는 수는? [배점 3.5, 하상]

- ① +3 ② $+\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ -2 ⑤ +1

해설

수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서부터 차례로 쓰면 $-2, -\frac{1}{2}, +\frac{2}{3}, +1, +3$ 이다. 따라서 세 번째에 있는 수는 $+\frac{2}{3}$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DE} = 13$, $\overline{DC} = 12$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

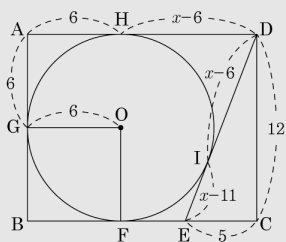


[배점 3.5, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설



$$\overline{DE} = 13 \text{ 이므로 } \overline{CE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$$

$\overline{AD} = x$ 라 하면

$$\overline{AG} = \overline{AH} = 6 \text{ 이므로 } \overline{DH} = \overline{DI} = x - 6$$

$$\overline{EF} = \overline{CF} - 5 = x - 6 - 5 = x - 11$$

$$\overline{ED} = x - 11 + x - 6 = 13$$

$$\therefore x = 15$$