



1. 함수 $f(x) = 1 - \frac{1}{a}$ 에 대하여, $f^2 = f(f(x)) = 1 - \frac{1}{f(x)}$, $f^3 = f(f^2(x)) = 1 - \frac{1}{f^2(x)}$ 로 정의한다. $f^{99}(a) = \frac{1}{3}$ 일 때, $f^{199}(a)$ 의 값을 구하여라.
[배점 5.0, 상상]

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$f^{99}(a) = \frac{1}{3} \text{ 이므로 } f^{100}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{1}{3}} = -2,$$

$$f^{101}(a) = 1 - \frac{1}{-2} = \frac{3}{2}, f^{102}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

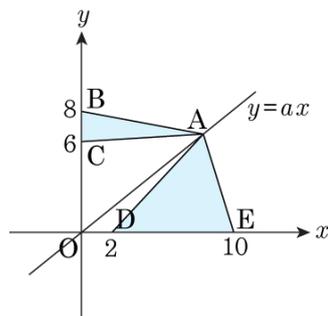
-2, $\frac{3}{2}, \frac{1}{3}$ 의 값을 순환한다.

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

$$199 \div 3 = 66 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{199}(a) = f^{100}(a) = -2$$

2. 다음 그림에서 직선 $y = ax (a > 0)$ 는 원점과 원점이 아닌 점 A 를 지나는 직선이다. 삼각형 ABC 와 삼각형 ADE 의 넓이의 비가 3 : 1 일 때, a 의 값은?
[배점 5.0, 상하]



- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

점 A 의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (8 - 6) \times x = x$$

$$(\triangle ADE \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (10 - 2) \times y = 4y$$

$$x : 4y = 3 : 1$$

$$12y = x, y = \frac{1}{12}x$$

$$\therefore a = \frac{1}{12}$$

3. 직선 $y = \frac{3}{2}x$, $y = -\frac{2}{3}x$, $x = 6$ 에 대하여 서로 만나는 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.
[배점 4.5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 39

해설

$x = 6$ 이 두 직선 $y = \frac{3}{2}x$, $y = -\frac{2}{3}x$ 와 만나는 점 \rightarrow 각 함수 식에 $x = 6$ 대입한다.
 $y = \frac{3}{2} \times 6 \therefore y = 9$

따라서 교점의 좌표는 (6, 9)

$$y = -\frac{2}{3} \times 6 \therefore y = -4$$

따라서 교점의 좌표는 (6, -4)

서로 만나는 꼭짓점의 좌표는 (6, 9), (6, -4), (0, 0)

$$\text{삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \{9 - (-4)\} \times 6 = 39$$

4. 점(3, 3)의 원점에 대칭인 점을 A, 점(1, -2)의 x축에 대칭인 점을 B, 점(5, 1)의 y축에 대칭인 점을 C라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

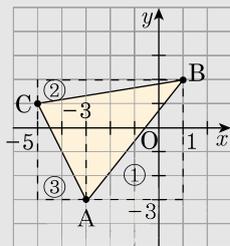
[배점 4.5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

원점에 대칭인 점은 x, y 좌표의 부호가 모두 바뀌므로 $A(-3, -3)$,
 x 축에 대칭인 점은 y 좌표의 부호가 바뀌므로 $B(1, 2)$,
 y 축에 대칭인 점은 x 좌표의 부호가 바뀌므로 $C(-5, 1)$



($\triangle ABC$ 의 넓이)
 $=$ (직사각형의 넓이) $-$ (① + ② + ③)
 $= 6 \times 5 - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 5 + \frac{1}{2} \times 6 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \right)$
 $= 30 - 17 = 13$

5. $y =$ (자연수 x 의 약수의 개수) 일 때, $f(28) - f(13)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4.5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$28 = 2^2 \times 7$ 이므로
 $f(28) = (2 + 1) \times (1 + 1) = 6$
 13 은 소수이므로 $f(13) = 2$
 $\therefore f(28) - f(13) = 6 - 2 = 4$

6. 점 $A(a+b, ab)$ 는 제 1사분면 위의 점이고 $B(c-d, cd)$ 는 제 4사분면 위의 점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 4.5, 중상]

- ① $b - d > 0$ ② $bd > 0$ ③ $ad < 0$
 ④ $ac > 0$ ⑤ $a + b > 0$

해설

$a + b, ab$ 가 제 1사분면 위의 점이므로
 $a + b > 0, ab > 0$ 에서 a, b 는 서로 같은 부호임을 알 수 있으므로 $a > 0, b > 0$ 이다.
 $c - d, cd$ 은 제 4사분면 위의 점이므로
 $c - d > 0, cd < 0$ 에서 $c > 0$ 이고 $d < 0$ 이다.
 따라서, $bd < 0$ 이 되어야 한다.

7. 정의역이 $\{-1, 0, 1, 2\}$ 이고, 공역이 수 전체의 집합인 함수 $f(x) = (x$ 의 절댓값)의 치역은?

[배점 4.0, 중하]

- ① $\{0, 1\}$ ② $\{0, 2\}$
 ③ $\{1, 2\}$ ④ $\{0, 1, 2\}$
 ⑤ $\{1, 0, -1\}$

해설

$f(x) = (x \text{의 절댓값})$ 이므로
 $f(-1) = |-1| = 1, f(0) = |0| = 0, f(1) = |1| = 1, f(2) = |2| = 2$
 \therefore 치역 $\{0, 1, 2\}$

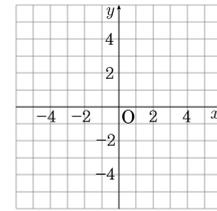
8. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 두 점 $(3, -2), (-b, 8)$ 을 지날 때, ab 의 값을 구하면? [배점 4.0, 중중]

- ① $-\frac{16}{3}$ ② 12 ③ -16
 ④ -4 ⑤ -8

해설

$y = ax$ 가 주어진 점 $(3, -2)$ 를 지나므로 $3a = -2, a = -\frac{2}{3}$ 이다.
 주어진 함수의 그래프는 $y = -\frac{2}{3}x$ 이다.
 $(-b, 8)$ 을 지나므로
 $\left(-\frac{2}{3}\right) \times (-b) = 8, b = 12$ 이다.
 따라서 $ab = -\frac{2}{3} \times 12 = -8$ 이다.

9. 다음 좌표평면을 이용하여 좌표평면 위의 세 점 $A(-1, 4), B(5, 4), C(-1, -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.

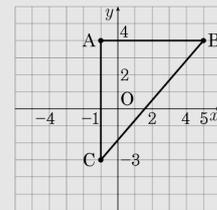


[배점 4.0, 중중]

▶ **답:**

▷ **정답:** 21

해설



선분 AB의 길이는 6, 선분 AC의 길이는 7이므로 삼각형 ABC의 넓이는 $6 \times 7 \div 2 = 21$ 이다.

10. y 가 x 에 정비례하고 $x = 2$ 일 때 $y = 10$ 이라고 한다. $x = -4$ 일 때 y 의 값을 구하면? [배점 4.0, 중하]

▶ **답:**

▷ **정답:** -20

해설

$$a = \frac{y}{x} = \frac{10}{2} = 5$$

따라서 관계식은 $y = 5x$ 이다.

그러므로 $x = -4$ 일 때 $y = 5 \times (-4) = -20$

11. 함수 $f(x) = 2x - 1$ 에 대하여 정의역이 $\{-2, 0, 4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

[배점 4.0, 중중]

- ① y 는 x 에 정비례한다.
 ② $f(-2) = -5$ 이다.
 ③ 치역은 $\{-5, -1, 7\}$ 이다.
 ④ $f(4) - f(0) = 8$
 ⑤ 정수의 집합은 공역이 될 수 있다.

해설

① y 는 x 에 정비례하지 않는다.

12. 함수 $y = 5x$ 의 그래프 위의 두 점 $(\frac{2}{5}, a), (b, 5)$ 와 점 $(1, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

[배점 4.0, 중중]

▶ **답:**

▶ **정답:** $\frac{9}{10}$

해설

$$y = 5x \text{에 } (\frac{2}{5}, a) \text{ 대입 : } a = 5 \times \frac{2}{5} \therefore a = 2$$

$$(b, 5) \text{ 대입 : } 5 = 5 \times b \therefore b = 1$$

$$(\frac{2}{5}, 2), (1, 5), (1, 2)$$

$$\text{삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times (1 - \frac{2}{5}) \times 3 = \frac{9}{10}$$

13. y 가 x 에 반비례하고 $x = 4$ 일 때, $y = -3$ 이다. $y = 6$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

[배점 4.0, 중하]

▶ **답:**

▶ **정답:** -2

해설

$$-3 = \frac{a}{4} \therefore a = -12$$

$$a = -12 \text{ 이므로 식은 } y = -\frac{12}{x} \text{ 가 된다.}$$

$$\therefore y = 6 \text{ 일때 } x = -2$$

14. 두 함수 $f(x) = -\frac{7x}{3} - 1, g(x) = \frac{22}{x} - 8$ 에 대하여

$$f(6) = a, g(2) = b \text{ 일 때, } -\frac{8a}{5b} \text{ 의 값은?}$$

[배점 4.0, 중중]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$$f(6) = -\frac{7 \times 6}{3} - 1 = -15 = a$$

$$g(2) = \frac{22}{2} - 8 = 3 = b$$

$$\therefore -\frac{8a}{5b} = -\frac{8 \times (-15)}{5 \times 3} = 8$$

15. y 가 x 에 반비례하고, $x = 1$ 일 때 $y = 5$ 라고 한다.
 x 와 y 사이의 관계식은? [배점 3.5, 하상]

- ① $y = 5x$ ② $y = -5x$ ③ $y = \frac{1}{5}x$
 ④ $y = \frac{5}{x}$ ⑤ $y = -\frac{5}{x}$

해설

반비례 관계의 함수 : $y = \frac{a}{x}$

$x = 1, y = 5$ 를 대입하면,

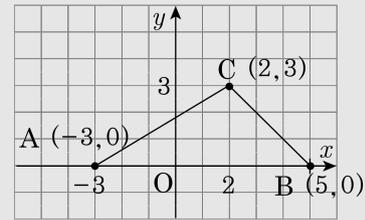
$$5 = \frac{a}{1}, a = 5 \quad \therefore y = \frac{5}{x}$$

16. 세 점 $A(-3, 0), B(5, 0), C(2, 3)$ 으로 이루어진 삼각형 ABC 의 넓이는? [배점 3.5, 하상]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

세 점 $A(-3, 0), B(5, 0), C(2, 3)$ 를 좌표평면에



그러면,

삼각형 ABC 는 밑변이 $\overline{AB} = 8$, 높이가 3 인 삼각형이다. 따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$

17. 다음의 두 양 x, y 사이의 관계가 반비례인 것은?
 [배점 3.5, 하상]

- ① 밑변이 x cm 이고 높이가 1 cm 인 삼각형 넓이 y cm²
 ② 한 자루에 x 원하는 색연필 y 자루의 값 3000 원
 ③ 밑넓이가 30 cm², 높이가 x cm 인 직육면체의 부피 y cm³
 ④ 시속 80 km로 x 시간 동안 간 거리 y km
 ⑤ 정삼각형의 한 변의 길이 x cm 와 둘레의 길이 y cm

해설

- ① $y = \frac{1}{2}x$: 정비례
 ② $xy = 3000 \therefore y = \frac{3000}{x}$: 반비례
 ③ (직육면체의 부피) = (밑넓이) \times (높이) 이므로 $y = 30x$: 정비례
 ④ (거리) = (속력) \times (시간) 이므로 $y = 80x$: 정비례
 ⑤ $y = 3x$: 정비례

18. 함수 $y = f(x)$ 에서 정의역을 $X = \{1, 2, 3\}$, 공역을 $Y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 라고 할 때, 다음 중 치역 Z 의 집합이 될 수 없는 것은? [배점 3.5, 하상]

- ① $Z = \{-2, -1, 0\}$ ② $Z = \{-1, 0, 1\}$
 ③ $Z = \{1, 2, 3\}$ ④ $Z = \{-2, 2\}$
 ⑤ $Z = \{-1, 1\}$

해설

$$\therefore 3 \notin Y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

19. 두 변수 x 와 y 가 각각 $X = \{-2, 1, 3\}$, $Y = \{-9, -3, -2, 2, 6\}$ 의 원소일 때, 다음 중 함수인 것은? [배점 3.5, 하상]

- ① $y = -2x$ ② $y = -3x$ ③ $y = x$
 ④ $y = -\frac{6}{x}$ ⑤ $y = \frac{3}{x}$

해설

함수: x 값 하나에 y 값 하나가 대응될 때 함수라 한다.

① $x = -2, x = 3$ 일 때 y 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

③ $x = 1, x = 3$ 일 때 y 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

④ $x = -2, x = 1$ 일 때 y 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

⑤ $x = -2, x = 1, x = 3$ 일 때 y 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

20. 다음 중 y 가 x 의 함수가 아닌 것은?

[배점 3.5, 하상]

- ① y 는 x 보다 큰 자연수
 ② y 는 x 의 절댓값
 ③ y 는 x 보다 2만큼 작은 수
 ④ y 는 x 의 3 배인 수
 ⑤ y 는 x 보다 3 만큼 큰 수

해설

① 반례 : $x = 2$ 보다 큰 자연수는 3, 4, 5, ... 무수히 많다.