

Introduction to Set-Element of a Set



[pre-test]

Test Length: 20 items
Test Time: 60 minutes

February 8, 2011 Teacher Name: 홍순희 Student Name: 안정인

1. 모든 자연수 n 에 대해 3^n 의 일의 자릿수를 원소로 하는 집합 A 의 원소의 개수를 구하여라.
[배점 5.0, 상하]

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

n 에 1 부터 차례로 대입해서 3^n 의 일의 자릿수를 알아보면,

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

...

따라서 3^n 의 일의 자릿수는 3, 9, 7, 1 이 되풀이되는 것을 알 수 있으므로,

$$\text{집합 } A = \{1, 3, 7, 9\}$$

2. 빈이의 주머니에 0, 1, 2의 숫자가 적힌 카드가 들어 있고, 혜교의 주머니에는 1, 2, 3의 숫자가 적힌 카드가 들어있다. 둘이서 카드를 하나씩 꺼낼 때, 두 숫자를 곱하여 생기는 숫자들을 원소나열법으로 나타내어라.
[배점 5.0, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\{0, 1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

빈이의 주머니에 들어 있는 숫자 0, 1, 2를 하나씩 차례로 혜교의 카드 1, 2, 3에 곱하면

$$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0$$

$$1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 3 = 6 \text{ 이다.}$$

여기서 생기는 숫자는 모두 0, 1, 2, 3, 4, 6이므로 원소나열법으로 나타내면 $\{0, 1, 2, 3, 4, 6\}$ 이다.

3. 집합 $A = \{a \mid a \in A \text{이면 } 48 \div a \in A, a \text{는 자연수}\}$ 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5.0, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 124

해설

$A = \{a \mid a \in A \text{이면 } 48 \div a \in A, a \text{는 자연수}\}$ 조건으로 집합 A 의 원소는 48의 약수라는 것을 알 수 있다.

48의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 이므로

$$\text{집합 } A \text{ 의 모든 원소의 합은 } 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 + 16 + 24 + 48 = 124$$

4. $n(\{0, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset)$ 를 구하여라.
[배점 5.0, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$n(\{\{0\}, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset) = 4 \times 2 - 0 = 8$$

5. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라. [배점 4.5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 4\}$$

$$1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 4 = 4, 2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 4 = 8, 3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12$$

이므로

$$A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$$

$$\therefore n(A \times B) = 7$$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $8 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 모든 자연수 n 의 합을 구하여라. [배점 4.5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

4의 배수 4, 8, 12, ... 에서 8은 포함하지 않고 12는 포함하므로 $n = 8, 9, 10, 11$ 이다. 따라서 모든 n 의 값의 합은 38이다.

7. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$ 일 때, $n(C)$ 는? [배점 4.5, 중상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

집합 C 의 원소는

$$1 + 2 = 3, 1 + 4 = 5, 1 + 6 = 7,$$

$$3 + 2 = 5, 3 + 4 = 7, 3 + 6 = 9,$$

$$5 + 2 = 7, 5 + 4 = 9, 5 + 6 = 11$$

에서 $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(C) = 5$ 이다.

8. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 18\}$ 를 조건제시법으로 올바르게 나타낸 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 18 \text{인 정수}\}$
 ㉡ $A = \{x \mid 1 < x \leq 17 \text{인 짝수}\}$
 ㉢ $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 짝수}\}$
 ㉣ $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 짝수}\}$
 ㉤ $A = \{x \mid x \text{는 } 19 \text{ 미만의 짝수}\}$

[배점 4.5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉤

해설

$$\begin{aligned}
 A &= \{2, 4, 6, 8, \dots, 18\} \\
 &= \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 짝수}\} \\
 &= \{x \mid x \text{는 } 19 \text{ 미만의 짝수}\} \\
 &= \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 짝수}\}
 \end{aligned}$$

9. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A + B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A + B)$ 를 구하면? [배점 4.5, 중상]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned}
 A &= \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2, 3, 6\} \\
 1 + 1 &= 2, 1 + 2 = 3, 1 + 3 = 4, 1 + 6 = 7 \\
 2 + 1 &= 3, 2 + 2 = 4, 2 + 3 = 5, 2 + 6 = 8 \\
 3 + 1 &= 4, 3 + 2 = 5, 3 + 3 = 6, 3 + 6 = 9 \\
 4 + 1 &= 5, 4 + 2 = 6, 4 + 3 = 7, 4 + 6 = 10 \\
 \text{이므로} \\
 A + B &= \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \\
 \therefore n(A + B) &= 9
 \end{aligned}$$

10. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$$A = \{x \mid x \text{는 good friends 의 알파벳 자음}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 이상 } 7 \text{이하인 } 4 \text{의 배수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 별자리 } 12 \text{궁}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(A) + n(C) - n(B) \text{ 를 구하여라. [배점 4.0, 중하]}$$

▶ 답:

▶ 정답: 18

해설

$$\begin{aligned}
 \text{good friends 의 알파벳 자음은 } &g, d, f, r, n, d, s \text{ 이므로 } n(A) = 7, \\
 4 \text{ 이상 } 7 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수는 } &4 \text{ 하나만 존재하므로 } n(B) = 1, \\
 \text{별자리 } 12 \text{궁은 } 12 \text{개의 별자리로 이루어진 것이므로 } &n(C) = 12 \text{ 이다.} \\
 \text{따라서 } n(A) + n(C) - n(B) &= 18 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

11. 다음에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)
 [배점 4.0, 중하]

- ① 우리 중학교에서 키가 큰 학생의 모임
- ② 우리 중학교에서 학급 회장들의 모임
- ③ 0 보다 크고 1 보다 작은 자연수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 0 에 가장 가까운 분수의 모임

해설

- ① ‘키가 큰’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ⑤ 0 에 가장 가까운 분수는 알 수 없다.

12. 다음 중 옳은 것은? [배점 4.0, 중중]

- ① $n(\emptyset) = n(\{0\})$
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
- ③ $n(\{4\}) = 4$
- ④ $n(\{x|x\text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$
- ⑤ $n(\{x|x\text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$
- ③ $n(\{4\}) = 1$
- ④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$
- ⑤ $n(\{3\}) = 1$

13. 두 집합 A, B 에 대하여

$A = \{x \mid x\text{는 } 10\text{이하의 홀수}\}, B = \{x \mid x\text{는 } 100\text{보다 작은 } 11\text{의 배수}\}, C = \{x \mid x\text{는 } 12 \times x = 24\text{를 만족하는 짝수}\}$ 일 때, $n(B) - n(A) + n(C)$ 는?
 [배점 4.0, 중중]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \therefore n(A) = 5$
 $B = \{11, 22, 33, \dots, 99\} \therefore n(B) = 9$
 $C = \{2\} \therefore n(C) = 1$
 $\therefore n(B) - n(A) + n(C) = 9 - 5 + 1 = 5$

14. 두 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } 25 \text{ 미만의 } 5\text{의 배수}\}, B = \{x \mid x\text{는 } 13 < x < 15\text{인 홀수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 4.0, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$A = \{5, 10, 15, 20\}, B = \emptyset$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 4 - 0 = 4$

15. 10 이하의 3의 배수의 집합을 S 라고 할 때, 다음 중 올바르게 말한 사람을 찾아라.



[배점 4.0, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 박영수

해설

10 이하의 3의 배수는 3, 6, 9이다.
 $\therefore S = \{3, 6, 9\}$
 김조국 : 12는 집합 S 의 원소가 아니다.
 박영수 : 3은 집합 S 의 원소이다.
 최상위 : 7은 집합 S 의 원소가 아니다.
 임태수 : 9는 집합 S 의 원소이다.

16. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 4.0, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

- ① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

17. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3.5, 하상]

- ① $B = \{0\}$ 이면 $n(B) = 1$ 이다.
- ② $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(C) = 4$ 이다.
- ③ $D = \{0, 1, 2, 3\}$ 이면 $n(D) = 4$ 이다.
- ④ $E = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면 $n(E) = 5$ 이다.
- ⑤ $n(\emptyset) = 0$ 이다.

해설

- ④ $E = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 $n(E) = 4$ 이다.

18. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3.5, 하상]

- ① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
- ④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$$A = \{3, 10, 17, \dots\}$$

- ① $3 \in A$
- ② $4 \notin A$
- ④ $10 \in A$

해설

$$\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$$

19. 다음 중 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3.5, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 한 자리의 홀수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 큰 한 자리의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ② $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{1, 3\}$
- ⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

20. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?

$$\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 소수}\} \quad [\text{배점 } 3.5, \text{ 하상}]$$

- ① $\{2, 3, 5\}$
- ② $\{2, 3, 5, 7\}$
- ③ $\{2, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{2, 3, 5, 7, 11\}$
- ⑤ $\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$