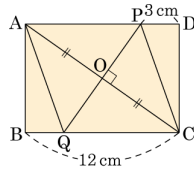


1. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{AC} \perp \overline{PQ}$, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 일 때, $\square AQCP$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 5.0, 상하]

▶ 답: cm

▶ 정답: 36 cm

해설

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle AOP = \angle COQ$, $\angle PAO = \angle QCO$
 $\triangle AOP \equiv \triangle COQ$ (ASA합동)
 $\therefore \overline{PO} = \overline{QO}$ 이므로 $\square AQCP$ 는 마름모이다.
 $\therefore$ (둘레의 길이) = $(12 - 3) \times 4 = 36$ (cm)

해설

원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$$\overline{AB} = 2x, \overline{AM} = \overline{BM} = x$$

삼각형 OMP에서 피타고라스의 정리에 의하여

$$\overline{MP} = \sqrt{x^2 - a^2}$$

$$\overline{AP} = \overline{AM} - \overline{MP} = x - \sqrt{x^2 - a^2}$$

$$\overline{BP} = \overline{BM} + \overline{MP} = x + \sqrt{x^2 - a^2}$$

2차항의 계수는 1이고 꼭짓점의 좌표가 $(5, -6)$ 인 이차함수는

$$y = (x - 5)^2 - 6 = x^2 - 10x + 19 \text{ 이므로}$$

$\overline{AP}$, $\overline{BP}$ 의 길이를 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 - 10x + 19 = 0$ 이 된다.

$\overline{AP} \times \overline{BP} = x^2 - (x^2 - a^2) = a^2$ 이고 근과 계수의 관계에서 두 근의 곱이 19이므로

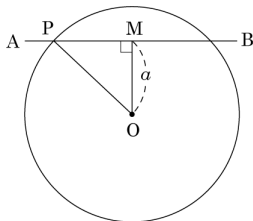
$$a = \sqrt{19} (\because a > 0)$$

$$x^2 - 10x + 19 = 0 \text{에서 } x = 5 \pm \sqrt{6} \text{이므로 } \overline{AP} = 5 - \sqrt{6}, \overline{BP} = 5 + \sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{PM} = \sqrt{6}$$

따라서 $x = 5$

2. 다음 그림과 같이 선분 AB와 원 O는 두 점에서 만나고 선분 AB의 길이와 원의 지름이 같다. 선분 AB의 중점 M과 원의 중심 O를 연결한 선분의 길이를 a 라고 하고 선분 AB와 원이 만나는 한 점을 P라 한다. 한편 2차항의 계수는 1이고 꼭짓점의 좌표가 $(5, -6)$ 인 이차함수의 x 절편이 $\overline{AP}$, $\overline{BP}$ 의 길이와 같을 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 5.0, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 5

3. 세 변의 길이가 3, x , 7인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 정수 x 는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 5.0, 상하]

▶ 답: 개

▶ 정답: 4개

해설

㉗ 7 이 가장 긴 변일 때($x \leq 7$)
삼각형의 결정조건에 의하여 $x + 3 > 7$
 $\therefore x > 4 \cdots \textcircled{㉗}$
둔각삼각형이라면 $7^2 > 3^2 + x^2$
 $\therefore x < \sqrt{40} \cdots \textcircled{㉘}$
그러므로, $\textcircled{㉗}$, $\textcircled{㉘}$ 에 의하여 $4 < x < \sqrt{40}$
따라서 x 는 5, 6이다.
㉘ x 가 가장 긴 변일 때($x > 7$)
삼각형의 결정조건에 의하여 $x < 3 + 7$
 $\therefore x < 10 \cdots \textcircled{㉙}$
둔각삼각형이라면 $x^2 > 3^2 + 7^2$
 $\therefore x > \sqrt{58} \cdots \textcircled{㉚}$
그러므로, $\textcircled{㉙}$, $\textcircled{㉚}$ 에 의하여 $\sqrt{58} < x < 10$
따라서 x 는 8, 9이다.

해설

$a < 0$ 이므로 $x = -2$ 일 때 $y = \frac{5}{2}$ 이고,
 $x = 5$ 일 때 $y = -1$ 이다.
 $y = ax + b$ 에
 $(x, y) = (-2, \frac{5}{2})$ 를 대입하면 $\frac{5}{2} = -2a + b \cdots \textcircled{1}$
 $(x, y) = (5, -1)$ 을 대입하면 $-1 = -5a + b \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서
$$\begin{array}{r} \frac{5}{2} = -2a + b \\ -) -1 = -5a + b \\ \hline \frac{7}{2} = -7a \end{array}$$

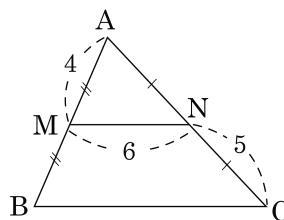
 $a = -\frac{1}{2} \cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = \frac{3}{2}$
 $\therefore a - b = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2$

4. 정의역이 $\{x \mid 2 \leq x \leq 5\}$ 인 일차함수 $y = ax + b$ ($a < 0$)의 치역이 $\{y \mid -1 \leq y \leq \frac{5}{2}\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 4.5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 M, N이라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



[배점 4.5, 중상]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 30

해설

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 4 = 8$$

$$\overline{AC} = 2\overline{NC} = 2 \times 5 = 10$$

$$\overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 6 = 12$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $8 + 10 + 12 = 30$ 이다.

6. 다음 수를 수직선 위에 표시할 때, 원점에서 가장 멀리 떨어진 것은? [배점 4.5, 중상]

- ① -8 ② +4 ③ 0
④ +9 ⑤ -13

해설

$$0 < 4 < 8 < 9 < 13 \text{ 이다.}$$

따라서 -13 이 가장 멀리 떨어져 있다.

7. $x - y = 4$, $xy = 5$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하면? (단, $x > 0$, $y > 0$) [배점 4.5, 중상]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

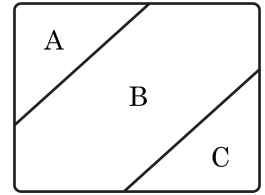
해설

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy = 4^2 + 4 \times 5 = 36$$

$$\therefore x + y = \pm\sqrt{36} = \pm 6$$

$x > 0$, $y > 0$ 이므로 $x + y = 6$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 3 개의 부분 A, B, C로 나뉘어진 사각형이 있다. 3 가지 색으로 칠하려고 할 때 서로 다른 색을 칠할 경우의 수를 구하여라.



[배점 4.0, 중하]

▶ 답: 가지

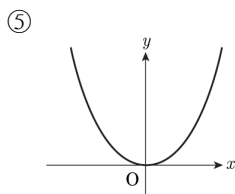
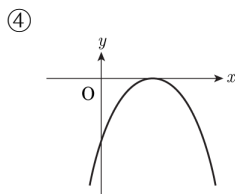
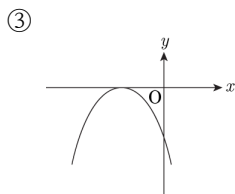
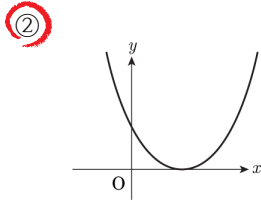
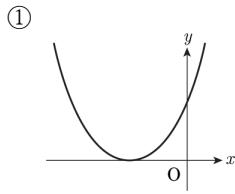
▷ 정답: 6 가지

해설

3 가지 색을 (A, B, C)에 일렬로 배열한다고 볼 수 있다.

$$\therefore 3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

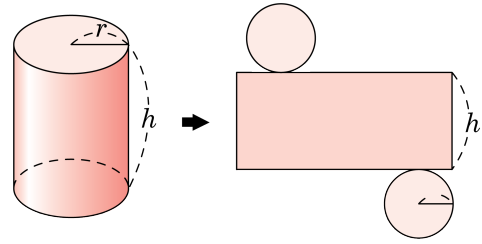
9. 일차함수 $y = ax + b$ ($a \neq 0, b \neq 0$) 의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않을 때, 이차함수 $y = a(x - b)^2$ 의 그래프는?
[배점 4.0, 중중]



해설

$y = ax + b$ 의 그래프가 제 4 사분면을 지나지 않으므로 $a > 0, b > 0$ 이다.
 $y = a(x - b)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이고, 꼭짓점은 y 축의 오른쪽에 있다.

10. 다음 그림과 같은 원기둥의 겉넓이는?



[배점 4.0, 중하]

- ① $\pi rh + 2\pi r^2$ ② $2\pi rh + 2\pi r^2$
③ $2\pi rh + \pi r^2$ ④ $\pi rh + \pi r^2$
⑤ $2\pi rh - 2\pi r^2$

해설

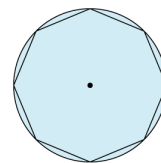
옆면의 직사각형의 가로 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

$$(\text{옆면의 가로의 길이}) = 2\pi r$$

$$\text{따라서 } (\text{옆넓이}) = 2\pi r \times h = 2\pi rh \quad (\text{두 밑넓이}) = \pi r^2 \times 2 = 2\pi r^2$$

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2 \text{ 이다.}$$

11. 넓이가 25π 인 원에 내접하는 정팔각형의 넓이를 구하여라.



[배점 4.0, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $50\sqrt{2}$

해설

정팔각형은 두 변의 길이가 같고, 그 사이에 끼인 각이 45° 인 삼각형 8 개로 이루어져 있다.
 넓이가 25π 인 원의 반지름은 5 이다.
 따라서 $S = (\frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \sin 45^\circ) \times 8 = 50\sqrt{2}$ 이다.

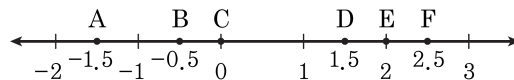
12. 반지름의 길이가 4cm 인 원 O 의 중심에서 직선 l 까지의 거리 d 가 다음과 같을 때 직선 l 이 할선인 경우는?
 [배점 3.5, 하상]

- ① $d = 8\text{cm}$ ② $d = 6\text{cm}$ ③ $d = 5\text{cm}$
 ④ $d = 4\text{cm}$ ⑤ $d = 3\text{cm}$

해설

i) $d < r$ 이면 두 점에서 만난다.
 ii) $d > r$ 이면 만나지 않는다.
 iii) $d = r$ 이면 한 점에서 만난다.
 할선은 두 점에서 만나야 하므로, d 의 범위는 $0 \leq d < 4$

13. 다음 수직선 위의 각 점에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



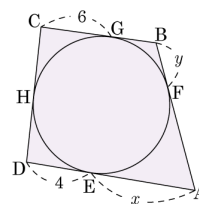
[배점 3.5, 하상]

- ① 음의 정수에 해당하는 점은 없다.
 ② 양수에 해당하는 점은 3 개이다.
 ③ 원점에서 가장 먼 곳에 있는 점은 점 F 이다.
 ④ 점 B 와 점 C 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
 ⑤ 정수가 아닌 유리수는 3 개이다.

해설

- ⑤ 정수가 아닌 유리수는 4 개이다.

14. 다음 그림은 원에 외접하는 사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = x$, $\overline{DE} = 4$, $\overline{CG} = 6$, $\overline{BF} = y$, $\overline{AD} + \overline{BC} + \overline{CD} = 30$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3.5, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$\overline{DE} = \overline{DH} = 4$, $\overline{CH} = \overline{CG} = 6$, $\overline{BG} = \overline{BF} = y$, $\overline{AE} = \overline{AF} = x$ 이고

$$\overline{AD} + \overline{BC} + \overline{CD} = 30 \Rightarrow (x+4) + (y+6) + 10 = 30$$

$$\Rightarrow x + y = 10$$

$$\therefore \overline{AB} = x + y = 10$$