[pre–test]

집합의 뜻과 표현-집합의 연산 (2)

Test Length: 25 items
Test Time: 60 minutes

January 28, 2011 Teacher Name: 홍순희 Student Name: 안정인

1. 세 집합 $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 $\square$의 약수$\}$, $C = \{x \mid x$는 64의 약수$\}$ 에 대하여 $A \subset B \subset C$ 가 동시에 성립하기 위한 $\square$의 값을 모두 구하면? [배점 4.5, 중상]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

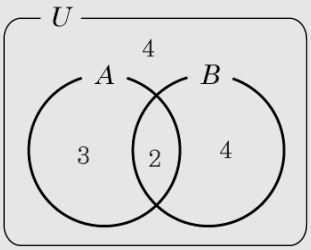
$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$
집합 A를 포함하면서 집합 C 에 포함되는 집합이 되려면 $\square$ 는 64의 약수 중 8의 배수여야 한다.
따라서 $\square = 8, 16, 32, 64$

2. 전체집합 $U = \{x|x$는 41 이하의 소수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 4$, $n(B^c) = 7$, $n(A^c \cap B^c) = 4$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은? [배점 4.5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(U) = 13$ 이므로
$n(B) = n(U) - n(B^c) = 6$
$A^c \cap B = B - A$ 이므로
$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 4$
$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 4$
벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 13 - (6 + 4) = 3$ 이다.



3. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$
㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 0$
㉢ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$
㉣ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
㉤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = \{4\}$

[배점 4.5, 중상]

▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: ㉠
▷ 정답: ㉢

해설

㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 1$
㉣ A 와 B 집합의 원소 개수가 같아도 원소는 다를 수 있다.
㉤ $4 - 3 = 1$

4. 집합 $A = \{x|x$는 20 이하의 홀수$\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는? [배점 4.0, 중중]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \cdots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$2^{10-2-7} = 2^1 = 2$(개)

5. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 4.0, 중중]

① $A = \{\varnothing\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 2, 6\}) = 0$ 이다.

③ $n(A) \le n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

④ $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 이면 $n(A) = 6$ 이다.

⑤ $A = \{\varnothing\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

해설

③ 반례 : $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$

6. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4.0, 중하]

① $\varnothing^c = U$

② $U^c = U$

③ $(A^c)^c = U$

④ $A - B = A - (A \cap B)$

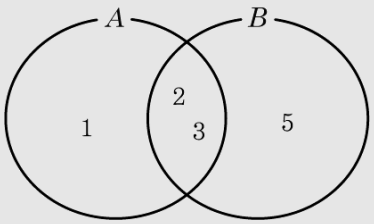
⑤ $A - B = B - A$

해설

② $U^c = \varnothing$

③ $(A^c)^c = A$

⑤ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $A - B = \{1\}$, $B - A = \{5\}$ 따라서 $A - B \neq B - A$



7. 두 집합 $A = \{6, a, 3, b, 2\}$, $B = \{5, c, 3, d, 7\}$ 이 서로 같을 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. [배점 4.0, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$A = B$ 이므로

$\{6, a, 3, b, 2\} = \{5, c, 3, d, 7\}$

이 중 3 은 공통이므로 제외하면

$a = 5, b = 7$ 또는 $a = 7, b = 5$

따라서 $a + b = 12$

$c = 2, d = 6$ 또는 $c = 6, d = 2$

따라서 $c + d = 8$

$\therefore a + b + c + d = 20$

8. $\{3\} \subset X \subset \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 4.0, 중중]

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

집합 X 는 3 을 반드시 원소로 가지는 $\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^3 = 8$ (개)

9. 집합 $A = \{a,\ b,\ c,\ d\}$, $B = \{a,\ b\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3.5, 하상]

① $a \subset A$ ② $\varnothing \in A$

③ $B \not\subset A$ ④ $A \not\subset B$

⑤ $\{a,\ b,\ c\} \subset A$

해설

① $a \in A$
② $\varnothing \subset A$
③ $B \subset A$

10. 집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3.5, 하상]

① $\varnothing \subset A$ ② $A \subset A$

③ $A \subset (A \cup B)$ ④ $A \subset (A \cap B)$

⑤ $(B \cap A) \subset B$

해설

④ $A \supset (A \cap B)$

11. 다음 중 옳은 것은? [배점 3.5, 하상]

① $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $C \subset A$ 이다.

② $A \subset B$, $A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.

③ $A \subset B$, $B \subset A$ 이라도 $A = B$ 가 아닐 수 있다.

④ $\{\varnothing\}$ 은 $\{0,\ \varnothing\}$ 의 부분집합이다.

⑤ $\{1\}$ 은 $\{3,\ \{1,\ 3\}\}$ 의 부분집합이다.

해설

① $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
② $A \subset B$, $A \subset C$ 일 때, B, C 의 포함 관계는 알 수 없다.
③ $A \subset B$, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
⑤ $\{1\}$ 은 $\{3,\ \{1,\ 3\}\}$ 의 부분집합이 아니다.

12. 전체집합 $U=\{1,3,5,7,9,11,13\}$ 의 두 부분집합 $A=\{1,5,7\}, B=\{5,7,13\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 3.5, 하상]

① $A^c=\{3,9,11\}$ ② $A\cup B=\{1,5,7\}$

③ $A-B=\{1,5\}$ ④ $A\cap B=\{5,7\}$

⑤ $A-B^c=\{5\}$

해설

① $A^c=\{3,9,11,13\}$
② $A\cup B=\{1,5,7,13\}$
③ $A-B=\{1\}$
⑤ $A-B^c=\{5,7\}$

13. 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ a-1\}$,$B=\{2,\ 3,\ a,\ b\}$ 에 대하여 $A\cap B=\{2,\ 5\}$ 일 때 a , b 의 값은? [배점 3.5, 하상]

① $a=2,\ b=1$ ② $a=3,\ b=2$

③ $a=4,\ b=3$ ④ $a=5,\ b=4$

⑤ $a=6,\ b=5$

해설

$5\in A$ 이므로 $a-1=5,\ a=6$
$5\in B$ 이므로 $b=5$

14. 두 집합 $A=\{a,\ b,\ c,\ d\}$, $B=\{a,\ c,\ e,\ f\}$ 에 대하여 $(A\cap B)\subset X\subset(A\cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3.5, 하상]

① 8 개 ② 10 개 ③ 12 개

④ 14개 ⑤ 16 개

해설

$\{a,\ c\}\subset X\subset\{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f\}$ 이므로
집합 X 는 $\{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f\}$ 의 부분집합 중 $a,\ c$ 를 원소로 갖는 집합이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2^4=16$ (개) 이다.

15. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3.5, 하상]

① $A\cap B^c=A-B$ ② $A^c=U-A$

③ $A\cap\varnothing=A$ ④ $A\cap U=A$

⑤ $A\cup U=U$

해설

③ $A\cap\varnothing=\varnothing$

16. 4 의 배수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3.5, 하상]

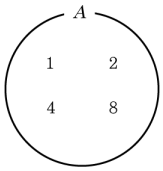
① $3\in A$ ② $4\notin A$ ③ $8\in A$

④ $10\in A$ ⑤ $12\notin A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{4, 8, 12, \cdots\}$ 이다. 따라서 $8 \in A$

17. 다음 그림의 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



[배점 3.5, 하상]

① $\{x \mid x$는 2의 배수$\}$

② $\{x \mid x$는 4의 배수$\}$

③ $\{x \mid x$는 8의 배수$\}$

④ $\{x \mid x$는 8의 약수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 10의 약수$\}$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x$는 8의 약수$\}$ 이다.

18. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 3.0, 하중]

① 맛있는 과일의 모임

② 월드컵에서 우승한 적이 있는 국가의 모임

③ 우리학교에서 달리기를 잘하는 학생의 모임

④ 고속도로 중에서 최고 제한 속도가 110 km 인 고속도로의 모임

⑤ 멋있는 사람의 모임

해설

① '맛있는' 이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

② '우승' 이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.

③ '잘하는' 이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

④ '최고 제한 속도가 110 km' 라고 명확한 기준을 제시하였으므로 집합이다.

⑤ '멋있는' 이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

19. 집합 $A = \{x \mid x$는 5 이하의 홀수$\}$의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 3.0, 하하]

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

20. 다음 중 집합 $A = \{4, 8, 16\}$ 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 3.0, 하하]

① $\varnothing$ ② A

③ $\{8\}$ ④ $\{4, 8, 12, 16\}$

⑤ $\{8, 16\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면 $\varnothing$, $\{4\}$, $\{8\}$,$\{16\}$,$\{4, 8\}$,$\{4, 16\}$,$\{8, 16\}$,$\{4, 8, 16\}$ 이다.

21. 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ 이면 $6 \in A$ 이다.

㉡ $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B = \{2,\ 3\}$ 이면 $A \subset B$ 이다.

㉢ $a \subset \{a,\ b,\ c\}$

[배점 3.0, 하중]

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉡ $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B = \{2,\ 3\}$ 이면 $B \subset A$ 이다.

㉢ $a \in \{a,\ b,\ c\}$

22. 다음 중 옳은 것은? [배점 3.0, 하중]

① $\{5\} \subset \{5,\ 9\}$ ② $2 \subset \{1,\ 3\}$

③ $4 \in \{1,\ 3,\ 5\}$ ④ $\varnothing \in \{3\}$

⑤ $0 \in \varnothing$

해설

집합 $\{5\}$ 는 집합 $\{5,\ 9\}$ 의 부분집합이다.

23. 다음 중에서 집합이 될 수 없는 것은? [배점 3.0, 하중]

① 1 보다 작은 자연수의 집합

② 우리 반에서 키가 160cm 이상인 학생들의 모임

③ 3 보다 큰 소수들의 모임

④ 우리 반에서 몸무게가 작은 학생들의 모임

⑤ 우리나라 전임 대통령들의 모임

해설

④ 몸무게가 '작은' 이란 기준이 명확하지 않다.

24. 어떤 두 집합 A, B 사이의 포함관계가 $A \subset B$ 이다. 이 때, 집합 A, B 가 될 수 없는 것을 모두 골라라.

[배점 3.0, 하중]

① $A = \{x|x$는 10보다 작은 짝수$\}$, $B = \{x|x$는 2의 배수$\}$

② $A = \{x|x$는 9의 배수$\}$, $B = \{x|x$는 3의 배수$\}$

③ $A = \{x|x$는 12의 약수$\}$, $B = \{x|x$는 6의 약수$\}$

④ $A = \{x|x$는 10 이하의 홀수$\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

⑤ $A = \{x|x$는 소수$\}$, $B = \{x|x$는 홀수$\}$

해설

① $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10, \cdots\}$ $\therefore A \subset B$

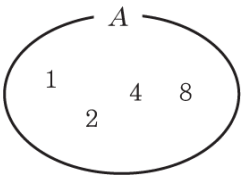
② $A = \{9, 18, 27, \cdots\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \cdots\}$ $\therefore A \subset B$

③ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ $\therefore A \not\subset B$

④ $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ $\therefore A \subset B$

⑤ $A = \{2, 3, 5, 7, \cdots\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9, \cdots\}$ $\therefore A \not\subset B$

25. 다음 중 벤 다이어그램을 조건제시법으로 나타낸 것으로 옳은 것은?



[배점 3.0, 하중]

① $A = \{x \mid x$는 3의 배수$\}$

② $A = \{x \mid x$는 16의 배수$\}$

③ $A = \{x \mid x$는 8의 배수$\}$

④ $A = \{x \mid x$는 16의 배수$\}$

⑤ $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 4, 8이다.
8의 약수가 1, 2, 4, 8이므로 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$이다.