[pre–test]

이차방정식-이차함수

Test Length: 33 items
Test Time: 60 minutes

December 14, 2010 Teacher Name: 홍순희 Student Name: 안정인

1. 이차방정식 $-x+0.4(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha-\beta$ 의 값은? (단, $\alpha<\beta$)

[배점 4.5, 중상]

① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1
④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$-x+0.4(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$,
$-x+\frac{2}{5}(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$
양변에 15를 곱하여 정리하면
$-15x+6(x^2+1)=-5(x-1)(2x+3)$
$16x^2-10x-9=0$
근의 공식을 이용하여 근을 구하면
$x=\frac{5\pm\sqrt{25+144}}{16}=\frac{5\pm13}{16}$
$\therefore\ x=\frac{9}{8}$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$
$\alpha<\beta$ 이므로 $\alpha=-\frac{1}{2}$, $\beta=\frac{9}{8}$
$\therefore\ \alpha-\beta=-\frac{13}{8}$

2. 이차방정식 $x^2-(a+3)x-4=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2-\alpha a-4)(\beta^2-\alpha\beta-4)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4.5, 중상]

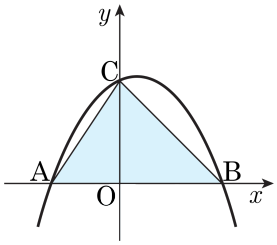
▶ 답:

▷ 정답: -36

해설

$x=\alpha$, $x=\beta$ 를 대입하면
$\alpha^2-a\alpha-3\alpha-4=0$, $\alpha^2-a\alpha-4=3\alpha$
$\beta^2-a\beta-3\beta-4=0$, $\beta^2-a\beta-4=3\beta$
$\therefore\ (\alpha^2-a\alpha-4)(\beta^2-a\beta-4)=(3\alpha)\times(3\beta)=9\alpha\beta=-36$

3. 이차함수 $y=-x^2+x+6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4.5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$y=-x^2+x+6$ 의 C 의 좌표 $(0,6)$
$-x^2+x+6=0$, $(x-3)(x+2)=0$
$x=3$ 또는 $x=-2$
$A(-2,0), B(3,0)$ 이므로
$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5\times6\times\frac{1}{2}=15$

4. 다음 조건을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

$\{x \mid x^2+ax+6=0\} \cup \{x \mid x^2+9x+14=0\} = \{-7,\ -2,\ -3\}$

[배점 4.5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$x^2+9x+14=0$ 에서 $(x+2)(x+7)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-7$

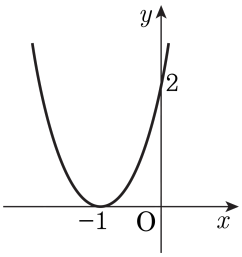
즉, -3은 $\{x \mid x^2+ax+6=0\}$ 의 원소이다.

따라서 $x^2+ax+6=0$ 에 $x=-3$을 대입하면

$(-3)^2+a(-3)+6=0$

$\therefore a=5$

5. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이고, y 절편이 2 인 포물선의 식을 $y=a(x-p)^2$ 이라 할 때, $a+p$ 의 값은?



[배점 4.0, 중중]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이므로

$y=a(x+1)^2$ 이고, y 절편이 2 이므로

$2=a(0+1)^2$, $a=2$

$y=2(x+1)^2$

$a=2,\ p=-1$

$\therefore a+p=2-1=1$

6. 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프에 대한 다음 <보기> 의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 원점을 꼭짓점으로 한다.

㉡ 대칭축은 y 축이다.

㉢ 치역은 $\{y \mid y>0\}$ 이다.

㉣ $x<0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

[배점 4.0, 중하]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢ 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$

㉣ $x<0$ 에서 x 값 증가, y 는 감소

7. 이차방정식 $x^2+ax-a-5=0$ 의 두 근이 $x=2,\ x=b$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [배점 4.0, 중하]

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$(x-2)(x-b)=0$

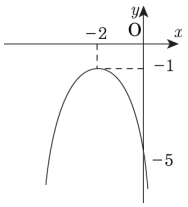
$x^2-(2+b)x+2b=0$

$2+b=-a,\ 2b=-a-5$

$\therefore\ b=-3,\ a=1$

$\therefore a+b=-2$

8. 다음 이차함수 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



[배점 4.0, 중중]

① 이차함수 그래프의 식은 $y=-(x-2)^2-1$ 이다.

② 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.

③ 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.

④ 점 $(1,-10)$ 을 지난다.

⑤ 치역은 $\{y \mid y \le -5\}$ 이다

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -1)$ 이므로

$y=a(x+2)^2-1$

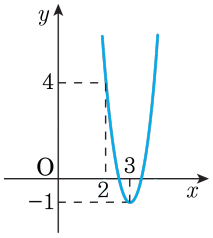
$(0,\ -5)$ 를 지나므로

$-5=4a-1$

$a=-1$

$\therefore\ y=-(x+2)^2-1$

9. 다음 그림은 이차함수 $y=a\,(x-p)^2+q$ 의 그래프이다. apq 의 값을 구하여라.



[배점 4.0, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -15

해설

꼭짓점 좌표가 $(3,\ -1)$ 이므로 $y=a(x-3)^2-1$

$y=a\,(x-3)^2-1$ 의 그래프가 점 $(2,\ 4)$ 를 지나므로

$4=a-1 \qquad \therefore\ a=5$

$y=5\,(x-3)^2-1$

$\therefore\ a=5,\ p=3,\ q=-1$

$\therefore\ apq=5\times3\times(-1)=-15$

10. 이차방정식 $x^2-8x+15=0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식은? [배점 4.0, 중하]

① $x^2-2x-35=0$ ② $x^2+2x-35=0$

③ $x^2-12x+35=0$ ④ $x^2+12x+35=0$

⑤ $2x^2-4x-30=0$

해설

$x^2-8x+15=0$

$(x-5)(x-3)=0$

$a=5,\ b=3$, $a+2=7,\ b+2=5$

$(x-7)(x-5)=0$

$x^2-12x+35=0$

11. 이차방정식 $2x^2-8x+1+k=0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값은? [배점 4.0, 중하]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\frac{D}{4}=16-2-2k=0,\ k=7$

12. 다음 보기의 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있는 그래프를 모두 구하여라.

보기

㉠ $y=(x-3)^2$

㉡ $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+2$

㉢ $-3x^2+1$

㉣ $y=x^2+2x+3$

㉤ $y=\frac{1}{2}x^2+2x+3$

[배점 3.5, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

꼭짓점을 각각 구하면

㉠ $(3,\ 0)$

㉡ $(-1,\ 2)$

㉢ $(0,\ 1)$

㉣ $y=x^2+2x+3=(x+1)^2+2$ 이므로 $(-1,\ 2)$

㉤ $y=\frac{1}{2}x^2+2x+3=\frac{1}{2}(x+2)^2+1$ 이므로 $(-1,\ 1)$

따라서 제 2 사분면에 있는 그래프는 ㉡,㉣,㉤이다.

13. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x$ 의 그래프는 점 $(a,\ 2)$ 를 지난다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면? [배점 3.5, 하상]

① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$x = a,\ y = 2$ 를 대입하면
$2 = 2a^2 - 3a$, $2a^2 - 3a - 2 = 0$, $(2a+1)(a-2) = 0$,
$\therefore\ a = -\frac{1}{2}$ 또는 $a = 2$

14. 함수 $f : R \to R$ 에서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이다. $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$) [배점 3.5, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a^2 + a + 1 = 3$
$a^2 + a - 2 = 0$
$(a+2)(a-1) = 0$
$a = -2$ 또는 $a = 1$
$\therefore a > 0$ 이므로 $a = 1$

15. 연립방정식 $\begin{cases} mx - ny = 10 \\ nx - my = -25 \end{cases}$ 에서 잘못하여 $m,\ n$ 을 바꾸어 놓고 풀었더니, $x = 2,\ y = -1$ 이 되었다. 처음 방정식의 해는? [배점 3.5, 하상]

① $x = -1, y = -2$ ② $x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{3}{2}$
③ $x = 0, y = 3$ ④ $x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$
⑤ $x = 1, y = -2$

해설

$\begin{cases} nx - my = 10 \\ mx - ny = -25 \end{cases}$ 에 $x = 2,\ y = -1$을 대입

하면

$\begin{cases} 2n + m = 10 \\ 2m + n = -25 \end{cases}$

$\therefore\ m = -20,\ n = 15$

$\begin{cases} 15x + 20y = -25 & : \text{양변에} \times 4 \\ -20x - 15y = 10 & : \text{양변에} \times 3 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 60x + 80y = -100 \\ -60x - 45y = 30 \end{cases}$

$35y = -70 \quad \therefore\ y = -2,\ x = 1$

16. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못된 것은? [배점 3.5, 하상]

① $y = 2x^2 - 2x + 3 \quad (m = \frac{5}{2})$
② $y = -x^2 - 2x \quad (M = 1)$
③ $y = 2(x+1)^2 - 5 \quad (m = -5)$
④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \quad (m = -3)$
⑤ $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 \quad (M = 2)$

해설

⑤ $y=-\frac{1}{3}(x-2)^2 \quad (M=0)$

17. 이차방정식 $x^2-5x-a=0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3.5, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{15}{4}$

해설

$D=25+4a=0,\ a=-\frac{25}{4}$

$x^2-5x+\frac{25}{4}=0,\ \left(x-\frac{5}{2}\right)^2=0$

$x=\frac{5}{2}=b$

$\therefore a+b=-\frac{25}{4}+\frac{5}{2}=-\frac{15}{4}$

18. 집합 $A=\{x \mid x^2-4x+k-5=0\}$ 에 대하여 $n(A)=1$ 일 때, 상수 k 의 값은? [배점 3.5, 하상]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$D=(-4)^2-4(k-5)=0$

$4-k+5=0$

$\therefore\ k=9$

19. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 에 대한 설명 중 옳은 것은? [배점 3.5, 하상]

① $b^2-ac>0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

② $b^2-ac=0$ 이면 근이 없다.

③ $b^2-4ac<0$ 이면 2 개의 다른 실근을 가진다.

④ $b=0$ 이면 중근을 가진다.

⑤ $b^2-4ac>0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

해설

$b^2-4ac>0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가지고 $b^2-4ac=0$ 이면 중근을 가지고, $b^2-4ac<0$ 이면 근이 없다.

20. 이차함수 $y=2x^2-6x-4$는 $x=a$ 일 때 최솟값 b를 갖는다. $a-b$ 의 값을 구하면? [배점 3.5, 하상]

① -8 ② -4 ③ 6 ④ 10 ⑤ 20

해설

$y=2x^2-6x-4=2\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{9}{2}-4=$

$-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{17}{2}$

아래로 볼록하고 꼭짓점이 $\left(\frac{3}{2},\ -\frac{17}{2}\right)$

$\therefore x=\frac{3}{2}$ 일 때, 최솟값 $-\frac{17}{2}$ 을 갖는다.

$\therefore a-b=\frac{3}{2}-\left(-\frac{17}{2}\right)=10$

21. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 10$ 의 최솟값을 구하여라. [배점 3.5, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: -19

해설

$y = x^2 - 6x - 10 = (x-3)^2 - 19$
$x = 3$ 일 때, 최솟값은 -19 이다.

22. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면? [배점 3.5, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$에 $x = -1$ 을 대입하면
$2 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore\ a = 0$
$a = 0$을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$에 대입하면
$2x^2 - 2 = 0,\ 2x^2 = 2 \quad \therefore\ x = \pm 1$
따라서 다른 한 근은 1이다.

23. 다음 보기의 이차방정식 중 $x = 2$가 해가 되는 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $(x+1)(x-2) = 0$

㉡ $x^2 - x - 6 = 0$

㉢ $2x^2 - 5x + 2 = 0$

㉣ $(x-1)^2 - 4 = 0$

㉤ $x^2 - 3x = 0$

[배점 3.5, 하상]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

각각의 방정식에 $x = 2$를 대입하여 성립하는 것을 고르면 ㉠, ㉢의 2개이다.

24. 다음 중 이차방정식은? [배점 3.0, 하하]

① $(x+2)^2 - 2 = x^2$

② $x^3 + 1 = 0$

③ $2x^2 + (x-2)^2 = x^2$

④ $x^2 - 3x + 1$

⑤ $(x+2)(x-4) = x^2$

해설

$2x^2 + x^2 - 4x + 4 - x^2 = 2x^2 - 4x + 4 = 0$

25. 다음은 이차방정식의 해를 구한 것이다. 옳지 못한 것은? [배점 3.0, 하중]

① $2x^2-4x+1=0,\ x=\dfrac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

② $2x^2-6x-5=0,\ x=\dfrac{3\pm\sqrt{19}}{2}$

③ $x^2-2x-2=0,\ x=1\pm\sqrt{3}$

④ $x^2+2x-11=0,\ x=\dfrac{-1\pm\sqrt{15}}{2}$

⑤ $2x^2-5x+1=0,\ x=\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

해설

④ $x=-1\pm2\sqrt{3}$

26. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 3.0, 하중]

① $x^2+\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{8}=0\rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{1}{4}$

② $0.1x^2-0.2x-0.3=0\rightarrow x=-1$ 또는 $x=3$

③ $0.1x^2-\dfrac{1}{5}x-1=0\rightarrow x=-3$ 또는 $x=5$

④ $0.2x^2-0.3x-\dfrac{1}{5}=0\rightarrow x=2$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

⑤ $x^2-0.5x-0.1=0\rightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{65}}{20}$

해설

③양변에 10 을 곱하면

$x^2-2x-10=0$

$\therefore x=1\pm\sqrt{11}$

④양변에 10 을 곱하면

$2x^2-3x-2=0,\ (x-2)(2x+1)=0$

$\therefore x=2$또는$x=-\dfrac{1}{2}$

27. 다음 중 최댓값이 3 인 이차함수는? [배점 3.0, 하중]

① $y=-3x^2+1$

② $y=x^2+4x$

③ $y=(x-2)^2+1$

④ $y=-x^2+4x-1$

⑤ $y=-(x+1)(x-3)$

해설

① 최댓값 : 1

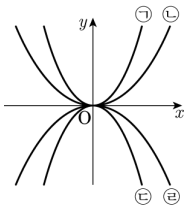
② $y=(x+2)^2-4$ 이므로 최댓값은 없다.

③ 최댓값은 없다.

④ $y=-(x-2)^2+3$ 이므로 최댓값은 3

⑤ $y=-(x-1)^2+4$ 이므로 최댓값은 4

28. 다음 그림은 $y=ax^2$ 의 그래프이다. a 의 값이 가장 작은 것을 찾아라.



[배점 3.0, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁다. 따라서, a 의 값이 가장 작은 것은 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 그래프이다.

29. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 3$ 일 때, $y = 27$ 이다. x 의 값이 2에서 4까지 2만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라. [배점 3.0, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$y = ax^2$ 에서
$27 = a \times 3^2,\ a = 3$
$\therefore\ y = 3x^2,\ f(2) = 12,\ f(4) = 48$
따라서 y 의 값의 증가량은 $48 - 12 = 36$ 이다.

30. 함수 $f(x) = x^2 - x + 1$ 에 대해서 $f(1) + f(2)$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? [배점 3.0, 하중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) = x^2 - x + 1$ 에서
$f(1) = 1 - 1 + 1 = 1$
$f(2) = 4 - 2 + 1 = 3$
$\therefore f(1) + f(2) = 1 + 3 = 4$

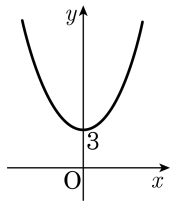
31. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하였더니 $y = 3x^2 + bx + 1$ 이 되었다. $a + b + c$ 의 값을 구하면? [배점 3.0, 하중]

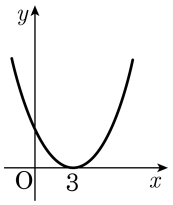
① -16 ② -17 ③ -18
④ -19 ⑤ -20

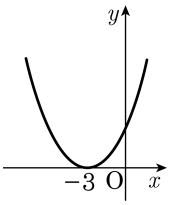
해설

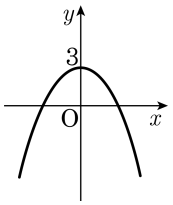
$y = a(x-2)^2 + c$
$= ax^2 - 4ax + 4a + c$
$= 3x^2 + bx + 1$
$a = 3,\ b = -12, c = -11$
$\therefore a + b + c = -20$

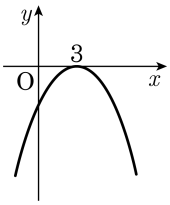
32. 다음 중 이차함수 $y = x^2 + 3$ 의 그래프라 할 수 있는 것은? [배점 3.0, 하중]

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

x^2 의 계수가 양수이므로 아래로 볼록한 형태이고, y축으로 3만큼 평행이동 하였기때문에 꼭짓점이 x축 위에 존재한다.

33. $\{x \mid x^2 + ax + 4 = 0\} = \{1,\ b\}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 3.0, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -5$

▷ 정답: $b = 4$

해설

$1^2 + a + 4 = 0$ 이므로 $a = -5$

즉, $x^2 - 5x + 4 = 0$ 이므로 $(x - 1)(x - 4) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 4$

따라서 $b = 4$ 이다.