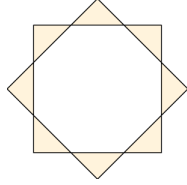


평면도형의 성질·입체도형의 성질



November 26, 2010 Teacher Name: 홍순희 Student Name: 안정인

1. 다음 그림은 색칠한 부분의 삼각형의 크기와 모양이 모두 같도록 정사각형 두 개를 겹쳐놓은 것이다. 이와 같은 방법으로 겹칠 때 내부에 생기는 다각형의 내각의 합이 2520° 이 되는 정 n 각형을 구하여라.



[배점 5.0, 상중]

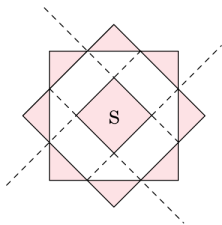
▶ 답:

▶ 정답: 정팔각형

해설

정 n 각형을 겹치면 내부에 정 $2n$ 각형이 만들어지고,
정 $2n$ 각형의 내각의 합이 $180^\circ \times (2n - 2) = 2520^\circ$ 이 되는 $n = 8$ 이다.
따라서 구하고자 하는 다각형은 정팔각형이다.

2. 다음은 정사각형과 그 정사각형을 대각선의 교점을 중심으로 45° 회전시킨 도형으로 만든 모양이다. 색칠된 부분의 넓이의 합이 4 일 때, S 의 넓이를 구하여라.



[배점 5.0, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

색칠된 부분은 작은 직각이등변삼각형 8 개로 이루어져 있으므로

$$\text{직각이등변삼각형의 넓이는 } 4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

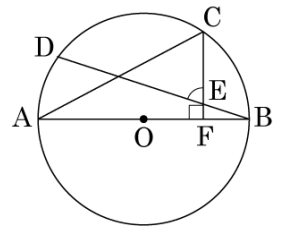
따라서 직각이등변삼각형은 빗변이 아닌 두 변의 길이가 1로 같다.

$$S_1 + S_2 = S_3 \text{ 이므로}$$

직각이등변삼각형의 빗변이 아닌 두 변의 길이가 1로 같을 때, 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 2이다.

주어진 조건에서 S 는 색칠된 부분의 작은 직각이등변삼각형의 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이이므로 $S = 2$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, $\overline{AB} \perp \overline{CF}$, $\widehat{BD}$ 가 원주의 $\frac{3}{10}$ 일 때, $\angle CED$ 의 크기는?



[배점 5.0, 상중]

- ① 27° ② 36° ③ 54°
④ 72° ⑤ 108°

해설

$\widehat{BD}$ 가 원주의 $\frac{3}{10}$ 이므로

$$\angle BOD = 360^\circ \times \frac{3}{10} = 108^\circ$$

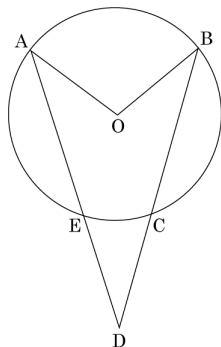
$\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로

$$\angle OBD = (180^\circ - 108^\circ) \div 2 = 36^\circ$$

$$\therefore \angle CED = \angle BEF = 180^\circ - (90^\circ + 36^\circ) = 54^\circ$$



4. 다음 그림에서 점 A, E, D는 한 직선 위에 있고, B, C, D도 한 직선 위에 있다. $\overline{OA} = \overline{ED} = \overline{CD}$ 일 때, $\frac{\angle AOB}{\angle EDC}$ 의 값을 구하여라.



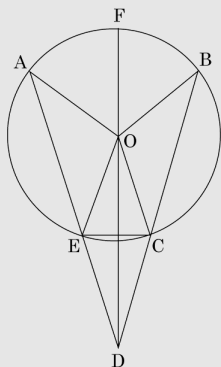
[배점 5.0, 상하]

▶ 답 :

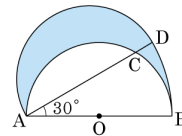
▷ 정답 : 3

해설

그림과 같이 연장선을 그을 때,
 $\overline{OA} = \overline{ED} = \overline{CD}$ 이므로 $\square OEDC$ 는 마름모이다.
 따라서 $\triangle OCD$, $\triangle OED$ 는 이등변삼각형이다.
 $\angle CDE = a$ 라 하면 $\angle OCB = 2a$ (외각)
 $\triangle OCB$ 에서 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OCB = \angle OBC = 2a$
 $\triangle OBD$ 에서 $\angle FOB = 3a$ (외각)
 $\triangle OCD \equiv \triangle OED$ (SSS 합동) 이므로 같은 방법으로 하면 $\angle AOF = 3a$
 따라서 $\angle EDC = 2a$, $\angle AOB = 6a$
 $\therefore \frac{\angle AOB}{\angle EDC} = \frac{6a}{2a} = 3$



5. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원을 점 A를 중심으로 30° 회전시킨 것이다. $\overline{AO} = 6\text{cm}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5.0, 상하]

▶ 답 :

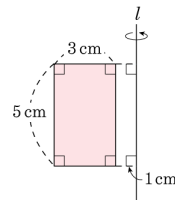
cm^2

▷ 정답 : $12\pi \text{ cm}^2$

해설

부채꼴 DAB의 넓이 : $\pi \times 12^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} = 12\pi (\text{cm}^2)$
 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이 : $\frac{1}{2} \times \pi \times 6^2 = 18\pi (\text{cm}^2)$
 따라서 구하는 넓이는 $12\pi + 18\pi - 18\pi = 12\pi (\text{cm}^2)$ 이다.

6. 다음 도형을 직선 l 을 축으로 하여 회전시켜 만든 회전체의 겉넓이와 부피를 각각 구하여라.



[배점 5.0, 상하]

▶ 답 :

cm^2

▶ 답 :

cm^3

▷ 정답 : $80\pi \text{ cm}^2$

▷ 정답 : $75\pi \text{ cm}^3$



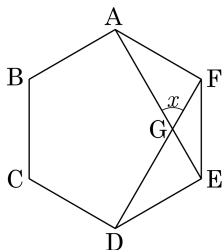
해설

직사각형을 직선 l 을 축으로 1 회전시키면 속이 빈 원기둥이 된다.

회전체의 겉넓이는 $(4^2\pi - 1^2\pi) \times 2 + (2\pi \times 5 + 8\pi \times 5) = 80\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

또한, 회전체의 부피는 $(4^2 - 1^2)\pi \times 5 = 15\pi \times 5 = 75\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

7. 다음 그림의 정육각형에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5.0, 상하]

▶ 답: °

▷ 정답: 60°

해설

정육각형의 한 내각의 크기가 120° 이고

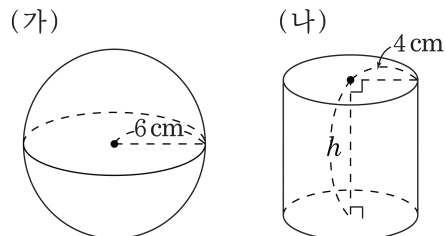
$$\angle EAF = (180^\circ - 120^\circ) \div 2 = 30^\circ$$

$$\angle AFD = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$$

$\triangle AGF$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$$

8. 다음 그림 가 와 같은 공 모양의 아이스크림과 그림 나 와 같은 원통에 들어있는 아이스크림의 양이 같도록 하려면 나 의 높이를 얼마로 결정해야 하는가? (단, 두께는 생각하지 않는다.)



[배점 4.5, 중상]

▶ 답: cm

▷ 정답: 18 cm

해설

$$(\text{가 의 부피}) = \frac{4}{3}\pi \times 6^3 = 288\pi(\text{cm}^3)$$

$$(\text{나 의 부피}) = \pi \times 4^2 \times h = 16\pi h(\text{cm}^3)$$

$$288\pi = 16\pi h$$

$$\therefore h = 18(\text{cm})$$

9. 대각선의 총수가 54 개인 다각형의 꼭짓점의 수를 구하면? [배점 4.5, 중상]

- ① 8 개 ② 9 개 ③ 10 개
④ 11 개 ⑤ 12 개

해설

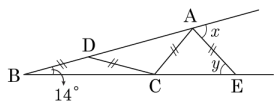
$$n \text{ 각형이라 하면 } \frac{n(n-3)}{2} = 54$$

$$n(n-3) = 108 = 12 \times 9$$

$$\therefore n = 12 \text{ (개)}$$



10. 다음 그림에서 $\overline{DB} = \overline{DC} = \overline{AC} = \overline{AE}$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



[배점 4.5, 중상]

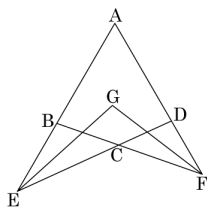
▶ 답: °

▷ 정답: 98°

해설

$\angle DCB = \angle DBC = 14^\circ$
 $\angle ADC = \angle DAC = 14^\circ + 14^\circ = 28^\circ$
 $\angle ACE = \angle AEC = \angle y = 28^\circ + 14^\circ = 42^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle DBC + \angle AEC = 14^\circ + 42^\circ = 56^\circ$
 따라서 $\angle x + \angle y = 56^\circ + 42^\circ = 98^\circ$ 이다.

11. 다음 그림의 사각형 ABCD에서 변 AB와 변 CD의 연장선의 교점을 E, 변 AD와 변 BC의 연장선의 교점을 F라 하고, 점 G는 $\angle AED$ 의 이등분선과 $\angle AFB$ 의 이등분선의 교점이라고 정한다. $\angle BAF = 60^\circ$, $\angle ECF = 140^\circ$ 라 할 때, $\angle EGF$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4.5, 중상]

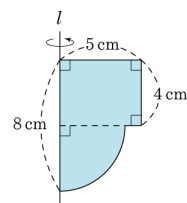
▶ 답: °

▷ 정답: 100°

해설

$\angle A + \angle E + \angle F = \angle ECF$ 이므로
 $\angle E + \angle F = 140^\circ - 60^\circ = 80^\circ$
 $\angle AEG + \angle AFG = \frac{1}{2}(\angle E + \angle F) = 40^\circ$
 $\therefore \angle EGF = \angle A + \angle AEG + \angle AFG = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$

12. 다음 그림과 같은 도형을 직선 l 을 축으로 1회전시켜 생긴 회전체의 부피를 $A\pi\text{cm}^3$, 겉넓이를 $B\pi\text{cm}^2$ 라고 할 때, $3A - B$ 의 값을 구하여라.



[배점 4.5, 중상]

▶ 답:

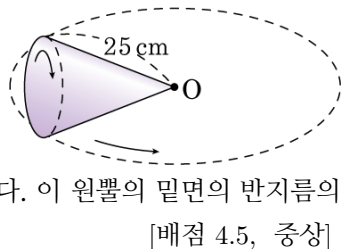
▷ 정답: 322

해설

(회전체의 부피) $= \pi \times 5^2 \times 4 + \frac{4}{3}\pi \times 5^3 \times \frac{1}{2} = \frac{428}{3}\pi(\text{cm}^3)$
 (회전체의 겉넓이) $= (\pi \times 5^2) + (2\pi \times 5 \times 4) + (\pi \times 5^2 - \pi \times 4^2) + \left(4\pi \times 4^2 \times \frac{1}{2}\right) = 106\pi(\text{cm}^2)$
 $\therefore 3A - B = 3 \times \frac{428}{3} - 106 = 322$ 이다.



13. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 25 cm 인 원뿔을 꼭짓점 O 를 중심으로 5 바퀴 굴렸더니 처음 위치로 돌아왔다. 이 원뿔의 밑면의 반지름의 길이는? [배점 4.5, 중상]



- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

원뿔의 밑면의 둘레의 5 배가 원뿔의 모선을 반지름으로 하는 원의 원주와 같다.

원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r 이라고 하면 $2\pi \times 25 = (2\pi \times r) \times 5$, $r = 5(\text{cm})$ 이다.

14. 다음과 같이 새롭이는 철수, 영희와 피자를 시켜먹었다. 피자의 한 판을 넓이의 비가 4 : 5 : 3 인 부채꼴 모양으로 나누어 새롭, 철수, 영희가 차례대로 먹었다. 이때 새롭이가 먹은 피자 조각의 중심각의 크기를 구하여라. [배점 4.5, 중상]

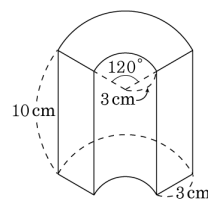
▶ 답: .

▶ 정답: 120°

해설

새롭이가 먹은 피자 조각의 중심각의 크기는 $360^\circ \times \frac{4}{4+5+3} = 360^\circ \times \frac{1}{3} = 120^\circ$

15. 다음 그림과 같은 입체도형의 부피를 구하여라.



[배점 4.5, 중상]

▶ 답: cm^3

▶ 정답: $90\pi \text{ cm}^3$

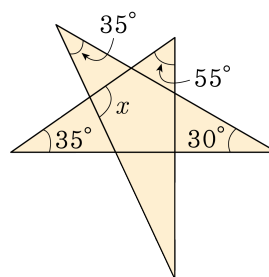
해설

(주어진 입체도형의 부피)

= (큰 부채꼴의 부피) - (작은 부채꼴의 부피)

$$6^2\pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 10 - 3^2\pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 10 = 120\pi - 30\pi = 90\pi(\text{cm}^3)$$

16. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

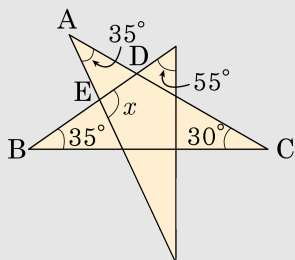


[배점 4.5, 중상]

- ① 40° ② 60° ③ 80°
④ 100° ⑤ 120°



해설



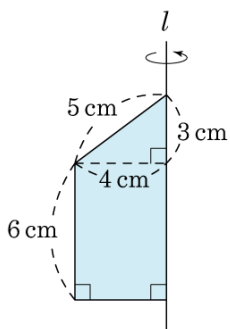
$\angle ADE$ 는 $\triangle DBC$ 의 외각이므로

$$\angle ADE = 35^\circ + 30^\circ = 65^\circ$$

$\angle x$ 는 $\triangle AED$ 의 외각이므로

$$\angle x = 35^\circ + 65^\circ = 100^\circ \text{ 이다.}$$

17. 다음 그림과 같은 평면도형을 직선 l 을 축으로 회전시켰을 때 만들어지는 회전체의 겉넓이를 구하여라.



[배점 4.5, 중상]

▶ 답 :

$$\pi \text{ cm}^2$$

▶ 정답 : $84\pi \text{ cm}^2$

해설

(회전체의 겉넓이) = (밑넓이) + (옆넓이) + (부채꼴의 넓이)

$$4^2\pi + 8\pi \times 6 + 8\pi \times 5 \times \frac{1}{2} = 84\pi(\text{cm}^2)$$

18. 반지름의 길이가 8 cm 이고, 중심각의 크기가 270° 인 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔을 만들었을 때, 밑면을 만들려면 반지름의 길이를 몇 cm 로 해야 하겠는가?

[배점 4.0, 중중]

① 4 cm

② 5 cm

③ 6 cm

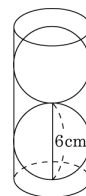
④ 7 cm

⑤ 8 cm

해설

밑면의 반지름은 $8 \times \frac{270^\circ}{360^\circ} = 6(\text{cm})$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 6 cm 인 공 2 개가 꼭 맞게 들어가는 원기둥 모양의 입체도형에 물을 가득 채워 넣은 후 공을 넣었다. 원기둥 안에 남아있는 물의 부피를 구하여라.



[배점 4.0, 중중]

▶ 답 :

$$\text{cm}^3$$

▶ 정답 : $36\pi \text{ cm}^3$

해설

원기둥의 부피는 $3^2 \times \pi \times 12 = 108\pi(\text{cm}^3)$ 이고,

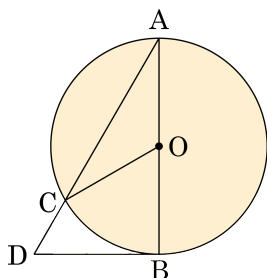
공 2 개의 부피는 $2 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 72\pi(\text{cm}^3)$

이므로 원기둥 안에 남아있는 물의 부피는

$$108\pi - 72\pi = 36\pi(\text{cm}^3) \text{ 이다.}$$



20. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{BD}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle BOC = \frac{1}{3}\angle BOA$ 일 때, $\angle ADB$ 의 크기는?



[배점 4.0, 중하]

- ① 30° ② 45° ③ 50°
 ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle AOB = 180^\circ$ 이므로
 $\angle BOC = 60^\circ, \angle AOC = 120^\circ$
 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$
 $\therefore \angle ADB = 60^\circ$

21. 밑면의 반지름의 길이가 3cm, 모선의 길이가 9cm 인 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 구하면?

[배점 4.0, 중하]

- ① 80° ② 100° ③ 110°
 ④ 120° ⑤ 130°

해설

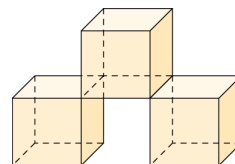
부채꼴의 중심각의 크기를 x 라고 하면

$$\pi \times 3 \times 2 = \pi \times 9 \times 2 \times \frac{x}{360^\circ}$$

$$3 = \frac{x}{40^\circ}$$

$$x = 120^\circ$$

22. 다음 그림과 같이 연결된 입체도형에서 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 v, e, f 라 할 때, $v - e + f$ 의 값을 구하여라.



[배점 4.0, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

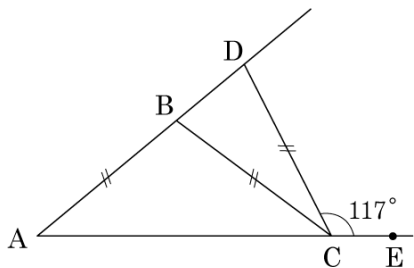
$v = 20, e = 34, f = 18$ 이므로 $v - e + f = 20 - 34 + 18 = 4$ 이다.

해설

별해 : $v - e + f = 2$ 인 입체도형 3개가 있고, 연결된 입체도형에서 겹치는 모서리가 2개 있으므로 $3 \times 2 - 2 = 4$ 이다.



23. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle DCE = 117^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하면?



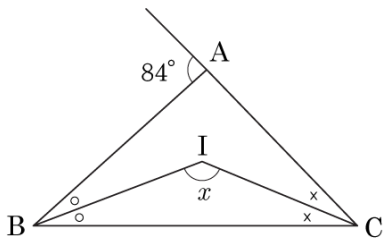
[배점 4.0, 중하]

- ① 35° ② 37° ③ 39°
④ 41° ⑤ 43°

해설

$\angle BAC$ 의 크기를 a 라고 하면
 $\angle BCA = a$, $\angle DBC = \angle BDC = 2a$
 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle BAC + \angle ADC = a + 2a = 117^\circ$, $a = 39^\circ$
 $\therefore \angle BAC = 39^\circ$

24. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



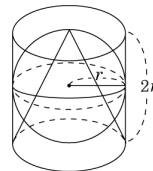
[배점 4.0, 중하]

- ① 132° ② 136° ③ 138°
④ 142° ⑤ 146°

해설

$$\begin{aligned} 84^\circ &= \angle B + \angle C \\ \angle IBC + \angle ICI &= \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) = 42^\circ \\ \triangle BIC \text{ 에서 } \angle x &= 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ \end{aligned}$$

25. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이 $r = 2\text{cm}$ 인 원기둥 안에 꼭 들어맞는 구를 나타낸 것이다. 원기둥과 구의 겹넓이의 합을 구하여라.



[배점 4.0, 중하]

▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $40\pi \text{ cm}^2$

해설

원기둥의 겹넓이는
 $2 \times \pi \times 2^2 + 2\pi \times 2 \times 4 = 24\pi(\text{cm}^2)$ 이고,
 구의 겹넓이는 $4\pi \times 2^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.
 $\therefore 40\pi \text{ cm}^2$



26. 학생회 임원 15명이 모임을 가지기 위해 둥글게 모여 앉았다. 이웃하지 않은 사람들과 한 번씩 악수를 할 때, 15명의 회원이 서로 악수를 한 총 횟수는?

[배점 4.0, 중중]

- ① 35회 ② 52회 ③ 75회
④ 90회 ⑤ 108회

해설

15명의 회원이 서로 악수를 한 총 횟수는 십오각형의 대각선의 총수와 같으므로

$$\frac{15 \times 12}{2} = 90(\text{회})$$

27. 지름의 길이가 18인 쇠공 한 개를 녹여 지름의 길이가 6인 쇠공을 몇 개 만들 수 있는지 구하여라.

[배점 4.0, 중중]

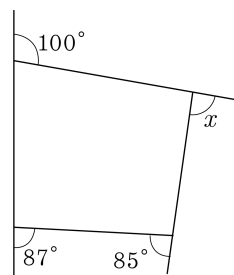
▶ 답: 개

▶ 정답: 27개

해설

반지름의 길이가 9cm인 쇠구슬의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 9^3 = 972\pi$ 이다.
반지름의 길이가 3cm인 쇠구슬의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$ 이다.
따라서 $972\pi : 36\pi = 27 : 1$ 이다.

28. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3.5, 하상]

▶ 답: °

▶ 정답: 88°

해설

다각형의 외각의 합은 항상 360°이다.
따라서 $\angle x + 100^\circ + 87^\circ + 85^\circ = 360^\circ$ 이므로
 $\angle x = 88^\circ$ 이다.

29. 겉넓이가 216 cm²인 정육면체의 부피를 구하면?

[배점 3.5, 하상]

- ① 36 cm³ ② 72 cm³ ③ 144 cm³
④ 180 cm³ ⑤ 216 cm³

해설

한변의 길이를 a 로 하면 정육면체의 겉넓이는 $a^2 \times 6$ 이다.
 $6 \times a^2 = 216$
 $a^2 = 36$
 $\therefore a = 6(\text{cm})$
 $\therefore (\text{부피}) = 6 \times 6 \times 6 = 216(\text{cm}^3)$



30. 다음 보기 중 옆면의 모양이 사다리꼴인 것을 모두 고르면?

보기

- | | |
|--------|--------|
| ㉠ 사각뿔 | ㉡ 오각뿔대 |
| ㉢ 삼각기둥 | ㉣ 사각기둥 |
| ㉤ 육각뿔대 | |

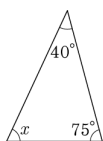
[배점 3.5, 하상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉡, ㉤

해설

옆면의 모양이 사다리꼴인 것은 각뿔대이다. 따라서 ㉡, ㉤이다.

31. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



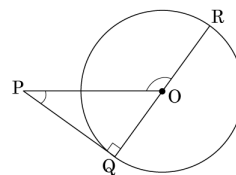
[배점 3.5, 하상]

- ① 60° ② 70° ③ 100°
④ 64° ⑤ 65°

해설

삼각형의 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $40^\circ + \angle x + 75^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 65^\circ$

32. 다음 그림에서 직선 PQ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{QR}$ 이 원 O 의 지름이고, $\angle POR = 130^\circ$ 일 때, $\angle OPQ$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3.5, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 40°

해설

$$\angle POQ = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\angle OPQ = 180^\circ - \angle POQ - \angle OQP = 180^\circ - 50^\circ - 90^\circ = 40^\circ \text{ 이다.}$$