



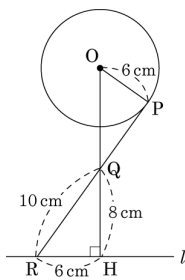
1. 반지름의 길이가 r 인 원 O 의 중심에서 직선 l 에 이르는 거리를 d 라 할 때, 다음 중 직선 l 이 이 원의 할선이 되는 경우는? [배점 4.5, 중상]

- ① $r = 3\text{cm}$, $d = 4\text{cm}$
 ② $r = 3\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$
 ③ $r = 4\text{cm}$, $d = 6\text{cm}$
 ④ $r = 8\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$
 ⑤ $r = 5\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$

해설

직선 l 이 이 원의 할선이 되려면 반지름(r)이 원의 중심에서 이르는 거리(d)보다 길어야 한다.

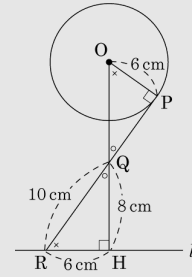
2. 다음 그림에서 $\overline{PR}$ 는 반지름의 길이가 6cm 인 원 O 의 접선이고, 점 P 는 접점이다. $\overline{RH} = 6\text{cm}$, $\overline{QR} = 10\text{cm}$, $\overline{QH} = 8\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 중심에서 직선 l 까지의 거리는?



[배점 4.5, 중상]

- ① 10cm ② 16cm ③ 18cm
 ④ 20cm ⑤ 24cm

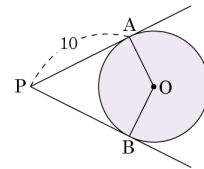
해설


 $\triangle QOP \equiv \triangle QRH$ (ASA 합동)

$$\overline{QR} = \overline{OQ} = 10\text{cm}$$

$$\overline{OH} = \overline{QH} + \overline{OQ} = 10\text{cm} + 8\text{cm} = 18\text{cm}$$

3. 다음 그림에서 점 A , B 는 원 O 의 접점이다. $\overline{PA} = 10\text{cm}$, $\square APBO$ 의 넓이가 50cm^2 일 때, 원 O 의 반지름을 구하여라.



[배점 4.5, 중상]

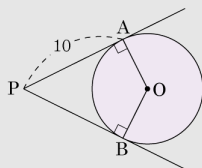
▶ 답:

cm

▶ 정답: 5 cm



해설



위의 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{OA} \perp \overline{PA}$

$$\text{따라서 } \triangle PAO = \frac{1}{2} \square OAPB = \frac{1}{2} \times 50 = 25$$

$$\text{그런데 } \triangle PAO = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{OA} = 25$$

$$\therefore \overline{OA} = 5(\text{cm})$$

4. 중심거리가 36cm 이고, 반지름의 길이가 각각 27cm, r cm 인 두 원 O, O' 의 공통접선의 개수가 2 개이다. r 의 값의 범위를 $a < r < b$ 라고 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라. (단, $r > 27$) [배점 4.5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

공통접선이 2 개이므로 두 원 O, O' 은 두 점에서 만난다.

따라서 중심사이의 거리의 범위는

$$r - 27 < 36 < r + 27$$

$$\therefore 9 < r < 63$$

따라서, $a = 9, b = 63$ 이므로 $\frac{b}{a} = \frac{63}{9} = 7$ 이다.

5. 반지름이 3cm 인 원의 중심 O 에서 5cm 떨어진 점 O' 가 있다. 점 O' 를 중심으로 하고, 반지름이 a cm 인 원의 내부에 원 O 가 있도록 그리려고 한다. a 의 값의 범위는? [배점 4.0, 중하]

- ① $a > 8$ ② $5 < a < 8$
 ③ $8 < a < 11$ ④ $a < 11$
 ⑤ $2 < a < 11$

해설

한 원이 다른 원의 내부에 있으려면 $d < r - r'$ 이므로 $5 < a - 3$ 이므로 $a > 8$ 이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4.0, 중하]

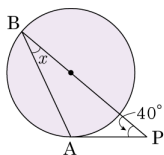
- ① 중심거리는 두 원의 중심 사이의 거리이다.
 ② 중심선은 두 원의 중심을 모두 지나는 직선이다.
 ③ 두 원이 접하는 경우에는 중심선이 존재 할 수 없다.
 ④ 두 원이 두 점에서 만날 때, 두 교점을 이은 선분은 공통현이다.
 ⑤ 두 원이 접하는 경우에는 공통현이 존재하지 않는다.

해설

③ 두 원의 중심 사이의 거리가 중심거리이므로 두 원이 접하는 경우에도 중심선은 존재한다. 공통현은 두 원이 두 점에서 만날 때 존재한다.



7. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O의 접선이다. $\angle BPA = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

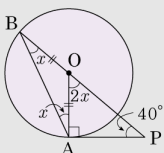


[배점 4.0, 중중]

- ① 15° ② 20° ③ 25°
④ 30° ⑤ 35°

해설

접점 A와 원의 중심 O를 이으면,

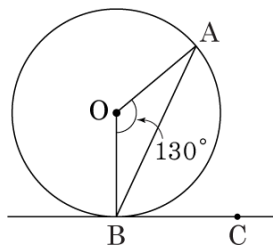


$$\angle BAO = \angle x, \angle OAP = \angle R = 90^\circ$$

$$\angle AOP = 50^\circ \text{ 이므로 } 2\angle x = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x = 25^\circ$$

8. 다음 그림의 원 O에서 $\overleftrightarrow{BC}$ 는 원 O의 접선이다. 이 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4.0, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 65°

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle OAB = \angle OBA = 25^\circ$$

$$\angle OBC = 90^\circ$$

$$\angle ABC = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

9. 두 원 O, O'이 외접할 때의 중심거리가 16cm이고 내접할 때의 중심거리가 2cm일 때, 두 원의 반지름의 길이를 각각 a cm, b cm라고 하면, $a + b$ 의 값은? (단, $a > b$)

[배점 4.0, 중중]

- ① 2cm ② 7cm ③ 9cm
④ 16cm ⑤ 18cm

해설

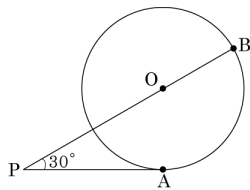
내접할 때 $r - r' = d$ 이고

외접할 때 $r + r' = d$ 이므로

$r - r' = 2, r + r' = 16$ 를 만족하는 두 반지름을 구하면 9, 7 ($\because r, r' > 0$)이다.



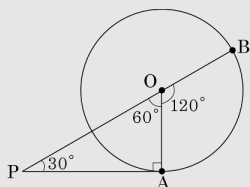
10. 그림에서 직선 PA가 원 O의 접선이고, 직선 PB는 원의 중심을 지나는 할선일 때, $\widehat{AB} = 10\text{cm}$, $\angle P = 30^\circ$ 이면 원 O의 둘레는?



[배점 4.0, 중중]

- ① 20cm ② 24cm ③ 30cm
④ 36cm ⑤ 40cm

해설



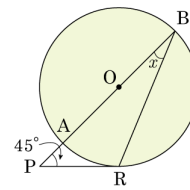
$$\angle AOB = 120^\circ$$

호의 길이는 중심각의 크기에 비례하므로

$$120^\circ : 360^\circ = 10 : x$$

원둘레는 $3 \times 10 = 30(\text{cm})$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 직선 PB, PR는 각각 원 O의 할선과 접선이고 $\angle P = 45^\circ$ 일 때, $\angle B = x$ 이다. $\angle x$ 의 값을 구하여라.



[배점 4.0, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 22.5°

해설

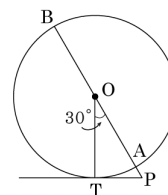
$$\angle OBR = \angle ORB = \angle x (\because \text{이등변삼각형})$$

$$\angle POR = 45^\circ$$

$$45^\circ = \angle x + \angle x$$

$$\therefore \angle x = 22.5^\circ$$

12. 다음 그림에서 반직선 PT는 원 O의 접선이고, $\angle POT = 30^\circ$, $\widehat{AT} = 7$ 일 때, $\widehat{BT}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3.5, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 35

**해설**

$\angle BOA$ 는 평각이므로 180° 이므로
 $\angle BOT = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$
 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 비례하므로
 $30 : 150 = 7 : x$
 $\therefore x = 35$

13. 반지름의 길이가 각각 3cm, 5cm인 두 원의 공통접선의 개수가 4 개 일 때, 두 원의 중심거리 d 의 값의 범위는?
 [배점 3.5, 하상]

- ① $0 \leq d < 2$ ② $d = 2$ ③ $2 < d < 8$
 ④ $d = 8$ ⑤ $d > 8$

해설

공통접선의 개수가 4 개인 경우는 서로 다른 원의 외부에 있을 때이다.
 $r + r' < d$ 이므로 $d > 8$ 이다.

14. 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 중심에서 직선 l 에 이르는 거리를 d 라 할 때 원과 직선이 만나기 위한 d 의 범위가 옳은 것은?
 [배점 3.5, 하상]

- ① $0 < d$ ② $0 \leq d \leq 5$ ③ $0 < d < 5$
 ④ $d > 5$ ⑤ $d \geq 5$

해설

i) $d < r$ 이면 두 점에서 만난다.
 ii) $d > r$ 이면 만나지 않는다.
 iii) $d = r$ 이면 한 점에서 만난다.
 직선 l 이 원 O 와 만나는 것은 한 점 또는 두 점에서 만나는 경우이므로 d 의 범위는 $0 \leq d \leq 5$

15. 반지름의 길이가 5cm 인 원의 중심에서 직선까지의 거리가 다음과 같을 때, 원과 직선이 두 점에서 만나는 것은?
 [배점 3.5, 하상]

- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm
 ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

두 점에서 만나려면 $0 \leq d < r$ 을 만족해야 한다.
 $r = 5$ 이므로 만족하는 것은 $d = 4$ 뿐이다.

16. 다음 보기는 반지름의 길이가 7cm 인 원의 중심 O 에서 직선 l 까지의 거리를 나타낸 것이다. 직선 l 이 원 O 의 할선이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

1 cm 3 cm 5 cm 7 cm 8 cm 12 cm

[배점 3.5, 하상]

▶ 답: 개

▷ 정답: 3 개



해설

할선이 되려면 $d < r$

$\therefore 1\text{cm}, 3\text{cm}, 5\text{cm} : 3$ 개

해설

접선 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 와 원 O 가 만나 생기는 각의 크기는 90° 이다.

$$\therefore \angle P + \angle AOB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \text{ 이다.}$$

따라서 $\angle x$ 는 $360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$ 이다.

17. 두 원 O, O' 의 반지름의 길이가 각각 6cm, 9cm 이고,
공통접선의 개수가 3 개일 때, 두 원의 위치 관계는?

[배점 3.5, 하상]

- ① 두 점에서 만난다. ② 내부에 있다.
 ③ 내접한다. ④ 외접한다.
 ⑤ 떨어져 있다.

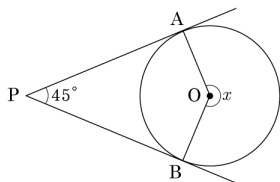
해설

두 원이 서로 외접할 때, 공통접선의 개수가 3 개
다.

19. 반지름의 길이가 r 인 원 O 의 중심에서 직선 l 에 내린
수선의 길이를 d 라 할 때, 다음 중 원 O 와 직선 l 이
두 점에서 만나는 것은? [배점 3.5, 하상]

- ① $r = 4\text{cm}$, $d = 3\text{cm}$
 ② $r = 5\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$
 ③ $r = 6\text{cm}$, $d = 8\text{cm}$
 ④ $r = 9\text{cm}$, $d = 12\text{cm}$
 ⑤ $r = 10\text{cm}$, $d = 10\text{cm}$

18. 다음 그림에서 반직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이다.
 $\angle APB = 45^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3.5, 하상]

- ① 195° ② 205° ③ 215°
 ④ 225° ⑤ 235°

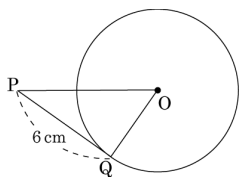
해설

원과 두 점에서 만날 경우는 할선인 경우이므로
직선 l 에 이르는 거리를 d 의 범위는 $0 \leq d < r$

① $r = 4$, $d = 3$, $0 \leq d < r$ 이므로 두 점에서
만난다.



20. 직선 PQ 가 원 O 의 접선일 때, 삼각형 POQ 의 넓이가 12cm^2 이다. 이 원의 반지름의 길이는?



[배점 3.5, 하상]

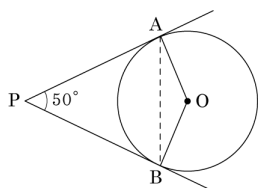
- ① 2cm ② 3cm ③ 4cm
④ 5cm ⑤ 6cm

해설

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직이므로 $\angle PQO = 90^\circ$ 이다.

따라서 삼각형 POQ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times r = 12$
 $\therefore r = 4$ 이다.

21. 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle PBA$ 의 크기는?



[배점 3.5, 하상]

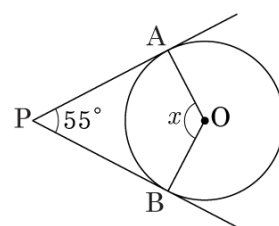
- ① 60° ② 65° ③ 80°
④ 85° ⑤ 90°

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 (접선의 길이는 같으므로)
 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle PBA = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ \text{ 이다.}$$

22. 다음 그림에서 반직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이다. 이 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3.5, 하상]

▶ 답: °

▷ 정답: 125°

해설

$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$$

$$\angle x = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 55^\circ) = 125^\circ$$

23. 반지름의 길이가 각각 4cm, 8cm 인 두 원의 중심거리가 10cm 일 때, 이 두 원의 공통접선의 개수를 구하여라.

[배점 3.5, 하상]

▶ 답: 개

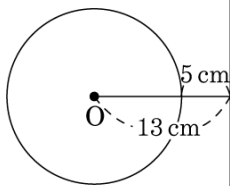
▷ 정답: 2개



해설

$r' - r < d < r' + r$ 이면 두 원이 서로 다른 두 점에서 만날 때이므로 공통접선의 개수는 2 개이다.

24. 다음 그림과 같이 원의 중심 O에서 직선 l 까지의 거리가 13cm 일 때, 이 직선을 원과 접하도록 하려면 5cm 를 움직이면 된다고 한다. 원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 3.0, 하중]

▶ 답: cm

▷ 정답: 8cm

해설

원의 중심과 직선사이의 거리가 같을 때 접하므로 $13 - 5 = 8$, 따라서 8cm 이다.

25. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3.0, 하중]

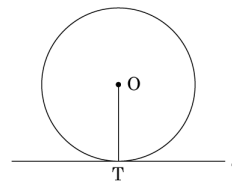
- ① 모든 내각이 같은 다각형을 정다각형이라 한다.
- ② 칠각형의 대각선의 총수는 14 개이다.
- ③ 한 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 호의 길이는 같지만, 현의 길이는 다르다.
- ④ 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지만, 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.
- ⑤ 원의 접선은 그 접점을 끝으로 하는 반지름에 수직이다.

해설

- ① 정다각형 : 모든 변의 길이와 모든 내각의 크기가 각각 같은 다각형
- ③ 중심각 : 두 반지름이 이루는 각을 두 반지름 사이의 호에 대한 중심각이라고 한다.

26. 다음 그림에서 반지름 OT와 직선 l 은 수직으로 만난다. 이 때, 점 T와 직선 l 을 무엇이라고 하는지 차례대로 골라 기호를 써 넣어라.

- | | | |
|------|------|-------|
| ㉠ 직선 | ㉡ 접선 | ㉢ 수선 |
| ㉣ 접점 | ㉤ 교점 | ㉥ 꼭짓점 |



[배점 3.0, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉡

해설

반지름 OT와 직선 l 은 수직으로 만날 때, 점 T는 접점, 직선 l 은 접선이다.



27. 반지름의 길이가 3cm 인 원이 직선 l 과 두 점에서 만난다. 다음 중 원의 중심과 직선 l 사이의 거리로 알맞은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3.0, 하중]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
④ 4cm ⑤ 5cm

해설

- ③ $d = r$ 이므로 한 점에서 만난다.(접한다.)
④, ⑤ $d > r$ 이므로 원과 직선 l 은 만나지 않는다.

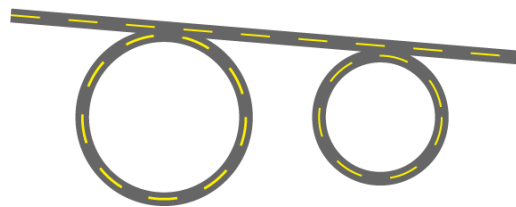
28. 원 O 의 반지름의 길이를 r , 원 O 의 중심에서 직선 l 까지의 거리를 d 라고 할 때, 다음 중 원 O 와 직선 l 이 만나지 않는 경우는? [배점 3.0, 하중]

- ① $r = 5, d = 3$ ② $r = 4, d = 4$
③ $r = 6, d = 8$ ④ $r = 10, d = 5$
⑤ $r = 3, d = 0$

해설

- $r < d$ 인 경우 만나지 않는다.
 $d = 0$ 인 경우 직선 l 이 원 O 의 중심을 지난다.

29. 다음 그림은 두 원형 도로와 두 원형 도로에 동시에 접하는 도로 A를 나타낸 것이다. A 이외에 두 원형 도로에 동시에 접하는 도로를 건설하는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라.



[배점 3.0, 하중]

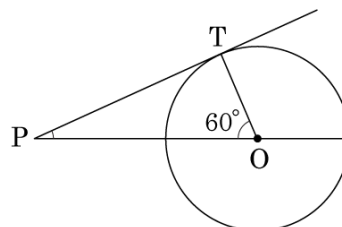
▶ 답: 가지

▷ 정답: 3가지

해설

두 원형 도로는 한 원이 다른 원의 외부에 있을 때 이므로 공통접선이 총 4 개이다. 따라서 A 이외에 만들 수 있는 공통접선은 3 가지이다.

30. 다음 그림에서 반직선 PT 는 원 O 의 접선이고 점 T 는 접점이다. $\angle TOP = 60^\circ$ 일 때, $\angle TPO$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3.0, 하중]

▶ 답: °

▷ 정답: 30°

**해설**

$$\angle PTO = 90^\circ$$

$$\angle TPO = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

31. 원의 중심 O 에서 직선 l 까지의 거리가 5cm 이다. 직선 l 이 원 O 의 접선일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?
[배점 3.0, 하중]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
④ 4cm ⑤ 5cm

해설

접선은 원과 한 점에서 만나므로 $d = r$ 이다.

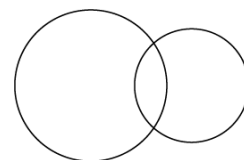
32. 반지름의 길이가 각각 7cm, 11cm 인 두 원 O , O' 의 중심거리를 d 라고 할 때, 다음 중 두 원이 두 점에서 만나는 경우는?
[배점 3.0, 하중]

- ① $d = 15\text{cm}$ ② $d = 18\text{cm}$ ③ $d = 19\text{cm}$
④ $d = 21\text{cm}$ ⑤ $d = 25\text{cm}$

해설

$r' - r < d < r' + r$ (단, $r' > r$) 일 때 두 점에서 만나므로 $4 < d < 18$ 인 경우는 15cm 이다.

33. 다음 그림은 두 원형 도로를 나타낸 것이다. 두 원형 도로에 동시에 접하는 도로를 건설하는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라.



[배점 3.0, 하하]

▶ 답: 가지

▷ 정답: 2가지

해설

두 원형 도로는 한 원이 다른 원과 두 개의 점에서 만날 때이므로 공통접선이 총 2 개이다.