

1. 어느 날 한 시내 버스는 성인과 중고생을 합하여 500 명의 승객을 태웠다. 그 중 현금을 낸 승객은 200 명 이고 버스 요금 수입은 카드와 현금을 모두 해서 424,000 원 이었다. 승객 중 성인은 최대 몇 명 인지 구하여라.

	성인	중고생
카드	900원	720원
현금	1000원	800원

[배점 5.0, 상상]

▶ 답: 명

▶ 정답 : 266 명

해설

현금을 낸 성인이 a 명, 카드를 사용한 성인이 b 명
이라 두면,

현금을 낸 중고생은 $(200 - a)$ 명, 카드를 사용한
중고생은 $(300 - b)$ 명이다.

$$1000a + 900b + 800(200 - a) + 720(300 - b) = 424000$$

$$200a + 180b = 48000$$

$$10a + 9b = 2400$$

$(a, b) = (231, 10), (222, 20), (213, 30), \dots,$
 $(6, 260)$ 이다.

∴ 승객 중 성인은 최대 266 명 이다.

2. 세 자리 자연수 abc 는 각 자릿수를 더하면 9가 된다. 백의 자리와 십의 자리를 바꾼 수 bac 는 abc 보다 90만큼 작고, 백의 자리와 십의 자리와 일의 자리를 모두 바꾼 수 cab 는 bca 보다 180만큼 크다. 처음의 수 세 자리 자연수 abc 를 구하여라. [배점 5.0, 상하]

▶ 답:

▶ 정답 : 324

해설

세 자리의 자연수를 $100a + 10b + c$ 라고 두면,
 $a + b + c = 9$

$$100b + 10a + c + 90 = 100a + 10b + c \text{에서}$$

$$90a - 90b - 90 = 0, a = b + 1$$

$$100c + 10b + a - 180 = 100b + 10c + a \text{에서}$$

$$90b - 90c + 180 = 0, c = b + 2$$

따라서 $a + b + c = 9$ 에서

$$b + 1 + b + b + 2 = 9$$

$$3b = 6$$

$$\therefore b = 2, a = 3, c = 4$$

따라서 처음의 수 세 자리 자연수는 324이다.

3. 크기가 같은 두 개의 구멍 난 물통이 있다. 한 물통은 4 시간, 다른 물통은 6 시간 만에 물이 다 새어버린다. 똑같은 시각에 물이 가득 찬 두 개의 물통은 오후 3시 정각에 한 물통의 물이 다른 물통의 물의 2 배가 되었다. 물통에 물이 가득 차 있던 시각을 구하여라.

[배점 4.5, 중상]

▶ 답: 시

▶ 정답 : 12시

해설

물통의 전체 물의 양을 1 이라고 하면 물통 하나는 1시간에 $\frac{1}{4}$ 을 비우고, 다른 물통 하나는 1시간에

$\frac{1}{6}$ 을 비우므로 x 시간 후에는

$$2\left(1 - \frac{1}{4}x\right) = 1 - \frac{1}{6}x$$

$$2 - \frac{1}{2}x = 1 - \frac{1}{6}x \quad \therefore x = 3 \text{ (시간)}$$

따라서 3 시간이 걸리므로 오후 3 시로부터 3 시간 전에 시작되었으므로 물통에 가득 찬 시각은 낮 12 시이다.



4. 어떤 상품을 1개 팔면 150 원이 이익이고 팔지 못하고 남으면 200 원이 손해이다. 이 상품을 x 개 구입하여 70% 만 팔았다. 얼마나 이익을 보았는지 구하여라.

[배점 4.5, 중상]

▶ 답: 원

▷ 정답: $45x$ 원

해설

팔린 상품은 $0.7x$ 개이고 남은 상품은 $0.3x$ 이다.
이익은 $0.7x \times 150 = 105x$ 원 이고 손해는 $0.3x \times 200 = 60x$ 원이다. 실제 이익은 $105x - 60x = 45x$ (원) 이다.

5. 다음 과정에서 이항이 이용된 것을 고르면?

[배점 4.5, 중상]

- ① $-\frac{1}{2x} = 4, x = -8$
 ② $6x = -9, x = -\frac{3}{2}$
 ③ $\frac{x+3}{2} = 4, x+3 = 8$
 ④ $3x-4 = 1-2x, 5x = 5$
 ⑤ $\frac{3}{2}x = 1, x = \frac{2}{3}$

해설

④
$$\begin{array}{r} 3x-4=1-2x \\ \swarrow \quad \searrow \\ 3x+2x=1+4 \\ 5x=5 \end{array}$$

6. 어떤 식에서 $-2x+3y$ 를 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $-4x+7y$ 가 되었다. 이때, 바르게 계산한 식을 구하여라.

[배점 4.0, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: y

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$A + (-2x + 3y) = -4x + 7y$$

$$\begin{aligned} A &= -4x + 7y - (-2x + 3y) \\ &= -4x + 7y + 2x - 3y \\ &= -2x + 4y \end{aligned}$$

바르게 계산하면

$$\begin{aligned} (\text{바르게 계산한 식}) &= -2x + 4y - (-2x + 3y) \\ &= -2x + 4y + 2x - 3y \\ &= y \end{aligned}$$

7. $x = -\frac{1}{2}$ 일 때, $5x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 4.0, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{21}{4}$

해설

$$\begin{aligned} x = -\frac{1}{2} \text{ 에서 } x^2 &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ 이므로 } 5x^2 = \frac{5}{4} \\ , \frac{1}{x^2} &= 4 \text{ 이다.} \\ \therefore 5x^2 + \frac{1}{x^2} &= \frac{5}{4} + 4 = \frac{5}{4} + \frac{16}{4} = \frac{21}{4} \end{aligned}$$

