

1. 자연수 n 의 약수의 집합을 $A_{(n)}$ 이라고 하자. 즉, 30의 약수의 집합은 $A_{(30)}$, 75의 약수의 집합은 $A_{(75)}$ 이다. $A_{(30)} \cap A_{(75)} = A_{(x)}$ 라 할 때, x 의 값은?

[배점 4.5, 중상]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

30의 약수의 집합과 75의 약수의 집합의 교집합은 30과 75의 최대공약수의 약수의 집합과 같다. 따라서 구하고자 하는 x 는 30과 75의 최대공약수와 같다.

$$30 = 2 \times 3 \times 5, \quad 75 = 3 \times 5^2 \text{ 이므로}$$

30과 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

$$\therefore x = 15$$

2. $10010_{(2)} \div 7$ 의 몫과 나머지를 이진법의 수인 $a_{(2)}, b_{(2)}$ 라 할 때, a 와 b 를 각각 구하여라. [배점 4.5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $a = 10$ ▶ 정답: $b = 100$

해설

$$10010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 = 18$$

$$18 = 7 \times 2 + 4 \text{ 이므로}$$

$$\text{몫 } 2 = 10_{(2)} \quad \therefore a = 10$$

$$\text{나머지 } 4 = 100_{(2)} \quad \therefore b = 100$$

3. 두 자연수의 곱이 972이고, 최대공약수가 9일 때, 차가 가장 작은 두 자연수를 구하여라. [배점 4.5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 27

▶ 정답: 36

해설

두 자연수를 A, B 라 하고 최소공배수를 L 이라 하면 $972 = 9 \times L$ 이므로 $L = 108$

$$\begin{array}{r} 9) \frac{A}{a} \frac{B}{b} \\ \hline \end{array}$$

$$9 \times a \times b = 108$$

$$a \times b = 12 \text{ (단, } a, b \text{는 서로소)}$$

$A = 9 \times a, B = 9 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$$a = 12, b = 1 \text{ 또는 } a = 4, b = 3$$

$$(i) a = 12, b = 1 \text{ 일 때}$$

$$A - B = 9 \times 12 - 9 \times 1 = 99$$

$$(ii) a = 4, b = 3 \text{ 일 때}$$

$$A - B = 9 \times 4 - 9 \times 3 = 9$$

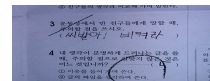
따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 27, 36이다.

4. $110_{(2)}$ 을 $\bigcirc \bigcirc \square$ 와 같이 나타내는 방법이 있다고 한다. 21을 이와 같은 방법으로 그림으로 나타냈을 때, 동그라미의 개수를 구하여라. [배점 4.0, 중하]

▶ 답:

개

▶ 정답: 3개



해설

이진법으로 나타냈을 때, 각 자리의 숫자가 1 이면 ○, 0 이면 □으로 나타낸다.

$$\begin{aligned} 21 &= 16 + 4 + 1 \\ &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 \\ &= 10101_{(2)} \end{aligned}$$

따라서 21 은 ○□○□○로 나타낼 수 있다.
이 때, 동그라미의 개수는 3 개 이다.

5. 882 의 약수의 개수와 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은? [배점 4.0, 중중]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수가 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수와 같으므로
 $(1+1)(2+1)(2+1) = (1+1)(x+1)(2+1) = 18$
 $\therefore x = 2$

6. 다음은 창완이와 지혜의 대화이다. 안에 알맞은 수를 모두 써넣어라.

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!

지혜 : 무엇을 구했는데?

창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20 이 답이야.

지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?

창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

창완 : 그렇지! 그럼 공약수는 이구나.

[배점 4.0, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

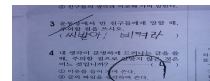
▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 20



해설

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!

지혜 : 무엇을 구했는데?

창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20이 답이야.

지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?

창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

창완 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이구나.

$20 = 2^2 \times 5$ 이고, 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 , 5의 약수는 1, 5이므로 이들을 각각 곱하면 20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다.

7. 두 수 $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수는?

[배점 4.0, 중중]

- ① $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ② $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 ③ $2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ ④ $2^3 \times 3^2$
 ⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$

최소공배수: $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이다.

8. 두 수 48, 56의 약수의 집합을 각각 A , B 라고 할 때, 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

$$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$$

[배점 3.5, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 는 48과 56의 공약수의 집합이다. 공약수는 최대공약수의 약수이고, 48과 56의 최대공약수를 구하면 $2^3 = 8$ 이다.

따라서 $\square = 8$ 이다.

9. 75에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

[배점 3.5, 하상]

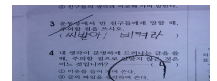
- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

해설

75를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3이다. 따라서 $y = 5$ 이다.



10. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

[배점 3.5, 하상]

- ① 60 ② 61 ③ 120
④ 181 ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

∴ $120 + 1 = 121$

11. 다음 중 두 수의 최대공약수가 1 이 아닌 것은?

[배점 3.5, 하상]

- ① 8, 11 ② 15, 16 ③ 19, 27
④ 13, 52 ⑤ 28, 45

해설

④ 주어진 두 수의 최대공약수는 13 이다.

12. $\frac{140}{x} = y^2$ 을 만족할 때, $x + y$ 의 최솟값을 구하여라.

[배점 3.5, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\frac{140}{x} = y^2 \text{ 에서}$$

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$x = 5 \times 7$$

$$2^2 = y^2$$

$$2 = y$$

$$\therefore x + y = 35 + 2 = 37$$

13. $\frac{16}{n}$ 과 $\frac{20}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 을 모두 구하여라.

[배점 3.5, 하상]

▶ 답 :

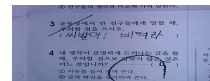
▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4



해설

$\frac{16}{n}, \frac{20}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 16 과 20 의 공약수이다.

16 과 20 의 최대공약수는 4 이므로 $n = 1, 2, 4$ 이다.

14. 다음 중 옳은 것을 골라라.

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 2 는 소수가 아니다.
- ㉢ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ㉣ 소수는 모두 홀수이다.

[배점 3.5, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉡ 2 는 소수이다.
- ㉢ 2 는 소수이다.

15. 다음은 이진법을 나타내는 그림이다.

$1_2 : \bullet, 10_2 : \bullet\bigcirc, 11_2 : \bullet\bullet, \dots$

이때, 다음 그림이 나타내는 수를 십진법으로 나타내어라.

$\bullet\bullet\bullet\bigcirc\bigcirc$

[배점 3.0, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 28

해설

그림이 나타나는 수는 $11100_{(2)}$ 이다.

$11100_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 = 28$ 이다.

16. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

[배점 3.0, 하하]

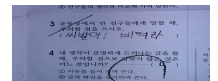
- ① (14, 22) ② (21, 49) ③ (27, 72)

- ④ (15, 58) ⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

- ① (14, 22) $\Rightarrow 2$
- ② (21, 49) $\Rightarrow 7$
- ③ (27, 72) $\Rightarrow 9$
- ④ (15, 58) $\Rightarrow 1$
- ⑤ (2, 20) $\Rightarrow 2$



17. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3.0, 하중]

- ① $1110_{(2)} = 14$ ② $17 = 10001_{(2)}$
 ③ $24 = 11000_{(2)}$ ④ $11101_{(2)} = 29$
 ⑤ $10110_{(2)} = 24$

해설

- ① $1110_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 = 8 + 4 + 2 = 14$
 ② $17 = 2^4 \times 1 + 1 \times 1 = 10001_{(2)}$
 ③ $24 = 2^4 \times 1 + 2^3 \times 1 = 11000_{(2)}$
 ④ $11101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 4 + 1 = 29$
 ⑤ $10110_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 22$

18. $101011_{(2)}$ 에서 밑줄 친 1 은 실제로 얼마를 나타내는가? [배점 3.0, 하중]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

2^3 의 자리이므로 8

19. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은? [배점 3.0, 하중]

- ① $2^4 \times 3 \times 5$ ② $2^3 \times 3 \times 7$
 ③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ④ $2^3 \times 3 \times 5^2$
 ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)240} \\ 2 \overline{)120} \\ 2 \overline{)60} \\ 2 \overline{)30} \\ 3 \overline{)15} \\ \quad 5 \end{array}$$

$\therefore 240 = 2^4 \times 3 \times 5$

20. $110010_{(2)}$ 를 십진법으로 나타낸 것은? [배점 3.0, 하하]

- ① 26 ② 48 ③ 50 ④ 51 ⑤ 52

해설

$$\begin{aligned} 110010_{(2)} &= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2 \\ &= 32 + 16 + 2 = 50 \end{aligned}$$