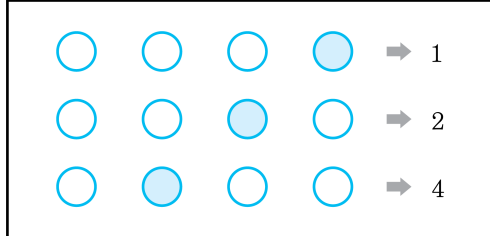


1. 4명의 학생이 손전등을 하나씩 손에 쥐고 가장 오른쪽 학생은 2분에 한 번씩 켜다 끄고, 그 왼쪽 학생은 3분, 그 왼쪽 학생은 4분, ..., 이렇게 손전등을 켜다가 끈다. 손전등의 신호가 나타내는 것이 다음과 같을 때, 다 같이 켜 후 15분 후에 신호가 나타내는 수는 무엇인가?



[배점 5.0, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

15분 후에 켜지는 손전등은 15의 약수 분마다 한 번씩 켜지는 손전등이므로 3, 5분마다 켜는 손전등이 켜진다.

따라서 $= 1010_{(2)} = 10$ 이다.

2. 집합 P 에 대하여 $P[x]$ 를

(1) $x \in P$ 이면 $P[x] = \{-x, 0, x\}$

(2) $x \notin P$ 이면 $P[x] = \left\{\frac{3}{x}, 1, \frac{x}{3}\right\}$ 이라고 정의한다.

두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, $n((A-B)[2] \cup (B-A)[6])$ 을 구하여라.

[배점 5.0, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$A = \{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, \dots\},$$

$$B = \{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \dots\},$$

$$2 \in A-B \text{ 이므로 } (A-B)[2] = \{-2, 0, 2\} \text{ 이고,}$$

$$6 \notin B-A \text{ 이므로 } (B-A)[6] = \left\{\frac{1}{2}, 1, 2\right\} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } (A-B)[2] \cup (B-A)[6] = \left\{-2, 0, \frac{1}{2}, 1, 2\right\} \text{ 이고 } n((A-B)[2] \cup (B-A)[6]) = 5$$

3. $3^3 = a$, $11^b = 121$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [배점 5.0, 상중]

① 29 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 46

해설

$$3^3 = 27, 11^2 = 121 \text{ 이므로 } a = 27, b = 2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a+b = 29 \text{ 이다.}$$

4. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P|P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 집합 $n([A])$ 를 구하여라.

[배점 5.0, 상하]

▶ 답 :

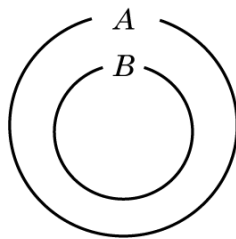
▶ 정답 : 16

해설

집합 $[A]$ 는 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합을 원소로 하는 집합이다.

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$ (개) 이므로 $n([A]) = 16$ 이다.

5. 두 집합 A, B 사이의 관계가 다음 벤 다이어그램과 같고, 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수를 모두 고르면?



[배점 4.5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

$$\{4, 8, 12, \dots\} \subset A$$

$$\{8, 16, 24, \dots\} \subset A$$

$$\{10, 20, 30, \dots\} \subset A$$

따라서 ①, ③이다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 4.5, 중상]

- ① $A \cap B \neq B \cap A$
 ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$
 ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
 ④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$
 ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \cap B = B \cap A$
 ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$
 ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
 ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

7. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

[배점 4.5, 중상]

▶ 답: 명

▶ 정답: 27 명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이 $A \cup B$ 이다.

영어 학원을 다니는 학생을 집합 A 라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합 B 라고 한다.

영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 25 + 21 - x$$

x 의 최솟값은 6 이다.

최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로 x 의 최댓값은 21(명)이다.

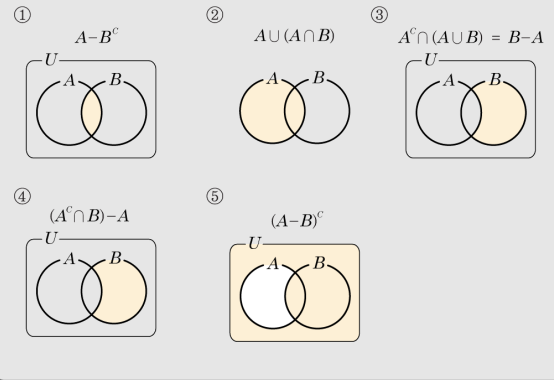
최솟값과 최댓값의 합은 27(명)이다.

8. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은?

[배점 4.5, 중상]

- ① $A - B^c = A \cap B$
- ② $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$
- ③ $A^c \cap (A \cup B) = A - B$
- ④ $(A^c \cap B) - A = B \cap A^c$
- ⑤ $(A - B)^c = A^c \cup B$

해설

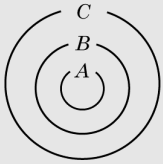


9. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4.5, 중상]

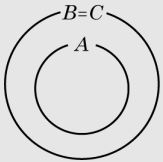
- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.
- ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.
- ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설

①



②

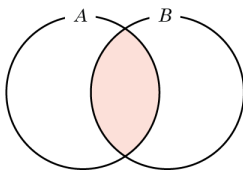


③ 예를 들면 $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ 이면, $A \subset B$, $B \subset C$ 이지만 $A \neq B$

④ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset A$ 이면, $A = B = C$

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면, $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

10. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램으로 나타낼 때, 색칠한 부분에 해당하는 원소가 아닌 것은?

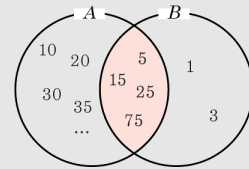


[배점 4.0, 중하]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 25 ⑤ 75

해설

$A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } 75 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$ 이
 므로 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면
 다음과 같다.



따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소는 5, 15, 25, 75이다.

11. $A = \{x | x \text{는 } 10010_{(2)} \text{의 약수}\}$ 일 때 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4.0, 중중]

- ① $n(A) = 6$
 ② $\{x | x \text{는 } 11_{(2)} \text{의 약수}\} \subset A$
 ③ $1111_{(2)} \in A$
 ④ $\{1_{(2)}, 10_{(2)}, 1001_{(2)}\} \subset A$
 ⑤ $A - \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} = \{1001_{(2)}, 10010_{(2)}\}$

해설

$10010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 = 16 + 2 = 18$ 이므로
 $A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

③ $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 15 \notin A$

12. 왕자가 감옥에 갇힌 공주를 찾으러 갔는데 감옥 앞에는 마법에 걸린 자물쇠가 있었다.

힘으로는 절대 열 수가 없고, 앞에 써 있는 문제를 풀 뒤, 답을 큰소리로 외치면 문이 열린다고 한다. 아래 문제를 풀고 비밀번호를 구하여라.

왼쪽은 나눗셈을 이용해 12와 30의 최소공배수를 구한 것이다. □ 안에 알맞은 수를 써 넣고 4가지의 수를 작은 순서대로 다음 보기에서 찾아 해당하는 단어를 말하여라.
그러면 공주를 구할 수 있다.

강	사	집	가	랑	요	에	자	해	기	야
11	2	4	1	3	6	10	9	5	7	8

[배점 4.0, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 사랑해요

해설

$$\begin{array}{r} 2) 12 \quad 30 \\ 3) \quad 6 \quad 15 \\ \hline 2 \quad 5 \end{array}$$

□ 안에 들어갈 자연수는 작은 순서대로 2, 3, 5, 6 이다.

보기에서 2, 3, 5, 6 을 고르면 ‘사, 랑, 해, 요’이다.

13. 두 수 $2 \times 3 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, A 를 구하면?

[배점 4.0, 중중]

① 2×3^2

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$$(2 \times 3 \times 5) \times A = (2 \times 3) \times (2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7) = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{ 이다.}$$

$$\therefore A = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

14. 중앙 고등학교 3 학년 어떤 반에서 영어를 좋아하는 학생이 24 명, 수학을 좋아하는 학생 16 명, 영어 또는 수학을 좋아하는 학생이 30 명이다. 영어와 수학을 모두 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

[배점 4.0, 중하]

▶ 답:

명

▷ 정답: 10 명

해설

영어를 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 수학을 좋아하는 학생을 B 라고 하자.

그렇다면 영어 또는 수학을 좋아하는 학생은 $A \cup B$ 가 된다.

영어와 수학을 모두 좋아하는 학생, 즉 $A \cap B$ 를 구하는 것이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 24 + 16 - x$$

그러므로 x 는 10 이다.

15. 학생 35명 중에서 설악산에 가 본 학생이 15명, 지리산에 가 본 학생이 21명, 설악산에만 가 본 학생이 7명일 때, 두 곳 모두 가 본 적이 없는 학생 수를 구하여라.
- [배점 4.0, 중하]

▶ 답 : 명

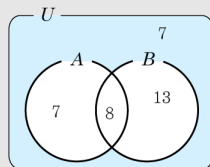
▶ 정답 : 7명

해설

35명의 학생을 전체집합 U , 설악산에 가 본 학생의 집합을 A , 지리산에 가 본 학생의 집합을 B 라 하면

$$\begin{aligned}n(U) &= 35, n(A) = 15, n(B) = 21, n(A - B) = 7 \\n(A \cap B) &= n(A) - n(A - B) = 15 - 7 = 8, \\n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 21 - \\&8 = 28\end{aligned}$$

따라서 두 곳 모두 가 본 적이 없는 학생의 수는
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 35 - 28 = 7$ (명)
 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 두 곳 모두 가 본 적이 없는 학생 수는 7명이다.

16. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 A, B 가 보기의 조건을 모두 만족할 때, 다음 중 집합 B 의 부분집합이 아닌 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

보기

⑦ $A \cap B = \{1, 5\}$

$$\textcircled{\text{L}} \quad A - B = \{2, 6\}$$

$$\textcircled{\sqsubset} \quad (A \cup B)^c = \{8, 9, 10\}$$

[배점 4.0, 중중]

① $\{1, 3\}$

② $\{1, 3, 4\}$

③ $\{1, 3, 4, 6\}$

④ $\{1, 3, 4, 5, 7\}$

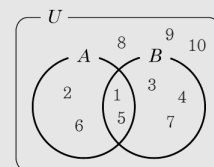
⑤ $\{1, 3, 4, 5, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{1, 3, 4, 5, 7\}$ 이다.

따라서 B 의 부분집합이 아닌 것은 ③, ⑤이다.



17. 어떤 자연수로 35 를 나누면 나누어 떨어지고, 72 를 나누면 2 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하여라. [배점 3.5, 하상]

▶ 답:

▶ 정답 : 35

해설

어떤 수는 35, $72 - 2 = 70$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 35 이다.

해설

$1000_{(2)} = 8$
 $1111_{(2)} = 15$
 $A = \{8, 10, 12, 14\}, n(A) = 4$

18. 이진법의 수 $11001_{(2)}$ 에서 밑줄 친 1 의 실제로 나타내는 값과 같은 값을 나타내는 것은?

[배점 3.5, 하상]

- ① 124 ② 438 ③ 1233
④ 2183 ⑤ 12863

해설

$11001_{(2)}$ 에서 1 이 나타내는 자리는 2^3 자리이다.
즉, 8 이다.

- ① 4
② 8
③ 1000
④ 80
⑤ 800

20. $2^3 \times 3^2 \times 5$ 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

[배점 3.5, 하상]

- ① 3 ② 5 ③ 3×5
④ 5^2 ⑤ 10

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5$
곱해야 할 가장 작은 자연수는
 $2 \times 5 = 10$

19. 네 자리의 이진법의 수를 십진법의 수로 나타내었을 때, 2의 배수가 되는 수의 집합을 A 라고 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 3.5, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4